Глава восьмая. Моделирование экономической конъюнктуры фондового рынка

8.1. Индексы фондовых рынков

Одно из направлений, которое было заявлено в самом начале исследования возможности использования ТФКП в экономике, было моделирование экономической конъюнктуры фондовых рынков[1]. Задачу моделирования экономической конъюнктуры экономическая наука решает более ста лет. В этом направлении достигнуты существенные успехи, и экономисты повсеместно используют некоторый стандартный набор методов для этого.

При моделировании экономической конъюнктуры используют два подхода: первый заключается в том, чтобы показатели экономической конъюнктуры определить как некоторую зависимость от конъюнктурообразующих факторов, а второй подход подразумевает агрегирование показателей в некоторую обобщённую величину - индекс, - по которой и судят о состоянии конъюнктуры.

Все основания для использования комплекснозначных моделей в первом направлении изложены в предыдущих главах. С помощью моделей комплексных переменных можно построить более сложные и, возможно, более адекватные модели зависимости показателей экономической конъюнктуры от конъюнктурообразующих факторов. Здесь не предвидятся трудности методологического характера. А вот для использования комплекснозначных построений во втором подходе - для построения индексов экономической конъюнктуры, - готовых рецептов сразу не получишь.

Для того чтобы иметь возможность судить о поведении некоторого объекта в целом, стараются использовать не совокупность показателей, а некий обобщающий показатель, который вбирает в себя диагностические свойства совокупности показателей. Это понятно, ведь множество показателей одного объекта трудно сравнить с множеством показателей другого объекта или того же самого, но в предыдущий момент времени и сделать какой-то вывод в целом. Чаще всего одни из множества таких показателей свидетельствуют о преимуществе данного объекта, а другие – о преимуществе другого. Вбирая в себя главные особенности существенной части показателей, обобщённый показатель, называемый индексом, как раз и свидетельствует о состоянии объекта в среднем.

Поскольку о состоянии экономической конъюнктуры любого рынка можно судить по множеству возможных показателей, именно здесь индекс

---

[1] Светуньков С.Г. Комплексные переменные в теории индексов // Теория функции комплексного переменного в экономико-математическом моделировании: материалы Всероссийского научного семинара. 19 декабря 2005 г. / Под ред. проф. С.Г.Светунькова. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2006. - С. 39 – 44.

является наиболее предпочтителен, поскольку является результатом агрегирования многообразной информации. В данной главе мы не будем рассматривать вопросы моделирования экономической конъюнктуры рынков вообще, а уделим внимание одной из разновидностей рынка – фондовому рынку или рынку ценных бумаг.

Каждый крупный национальный рынок ценных бумаг обычно имеет свой собственный фондовый индекс или несколько индексов, на основании знаний о значениях которого и ориентируются в своей деятельности торговцы акциями. Индексом фондового рынка является некоторое число, которое характеризует его состояние. Причём само по себе значение этого числа, как правило, не несёт в себе существенной информации. Важно не само значение этого числа, а результат его сопоставления с теми значениями, которое оно принимало ранее. Индекс может характеризовать фондовый рынок в целом, рынок групп ценных бумаг (рынок государственных ценных бумаг, рынок облигаций, рынок акций и т.п.), рынок ценных бумаг какой-либо отрасли (нефтегазового комплекса, телекоммуникации, транспорта, банков и т.п.) и др. Сопоставление динамики поведения этих индексов может показать, как изменяется состояние какой-либо отрасли по отношению к рынку в целом, отражая тем самым состояние конъюнктуры рынка или динамику и направление его изменения.

Теория индексов имеет чёткие логические параллели с известными в экономической теории кривыми безразличия и поверхностями безразличия. Сумма стоимостей на товары в замкнутой системе при разных ценах при неизменности прочих условий, в соответствии с выводами экономической теории, будет одинаковой (постоянный уровень потребления):

$$\sum_j \mathrm{P}^j \mathrm{Q}^j = const.$$

Если во времени меняется ситуация в этой замкнутой системе, будет меняться и совокупная стоимость. Изменение этой совокупной стоимости во времени и должен отражать индекс. Поэтому в качестве обобщающей величины в каждый момент времени t используется совокупная стоимость всех покупок на данном рынке ценных бумаг или отношение этой стоимости к такой же величине в предыдущий момент времени:

$$\mathrm{I}_t = \frac{\sum_{j=1}^{m} \mathrm{P}_t^j \mathrm{Q}_t^j}{\sum_{j=1}^{m} \mathrm{P}_{t-1}^j \mathrm{Q}_{t-1}^j}, \qquad (8.1.1)$$

где P_t^j- цена *j*–ой акции, реализованной на рынке; Q_t^j - объём *j*–ой акции, реализованной на рынке; *j* - номер акции (или предприятия, реализующего товар), который реализуется на рынке, $j = 1, 2, 3, \ldots m$; t - время.

С помощью индекса осуществляется сравнение совокупных стоимостей в данный момент времени t с совокупной стоимостью в предыдущий момент времени (t-1). Если экономическая конъюнктура на рынке улучшилась по сравнению с предыдущим моментом, то усилилась деловая активность, количество сделок увеличилось по сравнению с предыдущим моментом. Значит, совокупная стоимость продаж также увеличилась, и индекс (8.1.1) становится больше единицы. Если конъюнктура ухудшилась, то активность участников рынка снизилась, число сделок и объёмы продаж уменьшились, уменьшилась и совокупная стоимость. Это приводит к тому, что числитель (8.1.1) оказывается меньше знаменателя, а сам индекс становится меньше единицы. Если же конъюнктура не изменилась, индекс оказывается равным единице.

Таким образом, различные значения индекса (8.1.1) позволяют интерпретировать состояние экономической конъюнктуры рынка в данный момент по сравнению с предыдущим моментом. В возможности обобщения огромных массивов данных – преимущество индексов экономической конъюнктуры, ведь числитель и знаменатель индекса представляют собой суммы произведений цен товаров на объёмы их реализации. Дополнить эту сумму новым слагаемым не составляет особого труда, поэтому индекс в состоянии учесть и обобщить информацию об изменениях в стоимостях всех товаров, продающихся и покупающихся на данном рынке. Следовательно, индекс даёт уникальную возможность использования всей имеющейся в распоряжении исследователя информации. Впрочем, возможность обобщения большого количества данных, в свою очередь, является условием существования индекса – принцип расчёта индекса как раз и заключается в необходимости обобщения многих данных. В этой объективной необходимости заключается и недостаток индексов – обобщающий индекс не в состоянии вовремя просигнализировать о системных диспропорциях, тенденции которых начинают набирать силу на рынке.

Действительно, в силу того, что в числителе и знаменателе (8.1.1) находятся суммы произведений, возможны случаи, когда в сумме уменьшение одного показателя будет компенсироваться увеличением другого показателя, например, уменьшение цены акции в два раза (под товаром понимаются акции) будет компенсировано увеличением объёмов продаж на эту бумагу в два раза. Резкое падение цены на акции какой-либо фирму может свидетельствовать, например, о кризисе в его деятельности, а если он включён в некую цепочку экономической взаимосвязи, в ближайшем будущем это приведёт к развалу всей цепочки. Это может иметь различные последствия для рынка и его конъюнктуры, вплоть до очередного обвала всего рынка акций.

Возможен и другой случай, когда падение цены и объёмов продаж одной акции в общей совокупности будет компенсировано ростом цены и объёмов продаж другой акции. При этом в целом индекс не изменится, хотя состояние экономической конъюнктуры очевидно изменилось. Такое изменение может привести к ряду неприятных последствий – известны многочисленные «чёрные» дни, когда на биржах происходил внезапный «обвал», хотя индексы экономической конъюнктуры фондовых бирж таких «обвалов» не предсказывали. Поэтому встречаются попытки ограничивать количество включаемых в индекс показателей только наиболее важными из них.

В последние годы практикующие экономисты уходят от использования индекса как отношения суммы продаж в данный момент времени к сумме продаж в предыдущий момент. Используют объем продаж некоторого определённым образом отобранного множества акций и анализируют изменение во времени этого объёма. Подобные фондовые индексы рассчитывают различные информационные агентства (AK&M, Interfax, РБК, Cbonds), фондовые биржи (ММВБ, РТС), рейтинговые агентства (S&P) и т.п. Они рассчитываются как средняя величина из цен акций компаний, включенных в выборку. Разработчики индексов применяют для вычислений подобных индексов разнообразные подходы – где-то используется метод простой средней арифметической, где-то - метод средней геометрической, а где-то - метод средней арифметической взвешенной.

Общая формула расчёта простого среднеарифметического индекса имеет вид:

$$\mathrm{I} = \frac{\sum_{j=1}^{m} P_j}{\mathrm{m}}. \qquad (8.1.2)$$

Здесь I – индекс; P_j – цена j–ой акции, реализованной на рынке; m – число компаний.

Средний геометрический индекс рассчитывается посложнее:

$$I = \sqrt[m]{I_1 \times I_2 \times ... I_m}, \qquad (8.1.3)$$

где I – сводный индекс; I_1, $\mathrm{I}_{2,}$ $\mathrm{I}_{3,}$ .....I_n – индивидуальные индексы компаний; m – число компаний в выборке.

Наиболее распространённым методом, применяемым при расчёте индексов, является метод взвешенной среднеарифметической. При использовании данного метода учитывают размер компании и масштабы совершения операций на фондовом рынке. Обычно в качестве весов берут рыночную капитализацию компании, т.е. рыночную стоимость акций, выбранных компанией.

Расчёт индекса по методу среднеарифметической взвешенной осуществляется по формуле:

$$I = \frac{\sum_{j=1}^{m} P_j^t Q_j^t}{\sum_{j=1}^{m} P_j^0 Q_j^0} \times I_0, \qquad (8.1.4.)$$

где P_j^0 и P_j^t – цена акций i – той компании в базовом и отчетном периоде;

Q_j^0 и Q_j^t – количество акций в обращении в базовом и отчетном периоде;

$i=1,2,..., m$ - количество компаний в выборке;

I_0 – базовое значение индекса.

Многообразие подходов по расчёту индексов вызвано тем, что ни один из них не обладает достаточной диагностической способностью. Поэтому аналитики совершенствуют индексы самыми различными способами.

Посмотрим, каким образом те общие принципы и подходы комплекснозначной экономики, которые сформулированы в монографии, можно использовать на примере разработки инструментария анализа фондового рынка.

Акция как товар является носителем двух составляющих: потребительских свойств, присущих товару, и цены – денежной оценки конкретным потребителем потребительских свойств акции как товара. С позиций нашего исследования – это две разные стороны, характеризующие товар. А поскольку это именно так, то оба эти показателя характеризуют товар в целом и их необходимо рассматривать не по отдельности друг от друга, а в комплексной взаимосвязи, то есть – как комплексную переменную:

$$z_{jt} = q_{jt} + ip_{jt}. \qquad (8.1.5)$$

Здесь:

q – объём продаж акций,

p – цена одной акции,

j – номер акции.

Исходные значения цены и объёма должны быть представлены как безразмерные величины, иначе комплексная переменная не может быть сформирована.

Представленная запись (8.1.5) позволяет полностью описать свойства конкретной акции и математически корректно работать как с каждой из двух его составляющих, так и с их совокупностью в целом, если предварительно отмасштабировать исходные переменные и привести их к одной размерности.

Комплексная переменная z (8.1.5) характеризуется модулем и полярным углом:

$$R_{jt} = \sqrt{q_{jt}^2 + p_{jt}^2}, \quad \theta_{jt} = arctg\frac{p_{jt}}{q_{jt}}. \qquad (8.1.6)$$

Поэтому она может быть представлена как в арифметической (8.1.5), так и в тригонометрической и экспоненциальной форме записи. В дальнейшем нам понадобится именно экспоненциальное представление данной комплексной переменной:

$$z_{jt} = R_{jt}e^{i\theta_{jt}}. \qquad (8.1.7)$$

Если в распоряжении исследователя имеются данные о продажах акций в момент времени t и в предыдущий момент времени t-1, то, сравнивая их, можно судить об изменении конъюнктуры рынка этих акций. В нашем случае сравнение может осуществляться либо вычитанием из z_{jt} его предыдущего значения, либо делением z_{jt} на z_{jt-1}.

В первом случае действительная часть полученной разности будет характеризовать изменение объёмов продаж, а мнимая часть – изменение цены за единицу акции. Частное от двух комплексных чисел будет характеризоваться отношением модулей и углов двух комплексных переменных. Модуль будет больше или меньше единицы в зависимости от того, увеличился ли модуль переменной или уменьшился, а полярный угол будет характеризовать изменение цены по отношению к изменению объёма. Поскольку информация о каждой акции содержится в её комплексной модели (8.1.5), то помимо операции с отдельными акциями можно сформировать показатель, обобщающий информацию по всем акциям, или, иначе говоря – индекс. Этот индекс должен содержать в себе информацию обо всех продажах на рынке, которые уместно учитывать, то есть – необходимо использовать для этого *m* комплексных переменных (8.1.7).

Простая сумма комплексных переменных (8.1.5) будет бессмысленной – сложатся отдельно действительные и мнимые части, и полученное комплексное число особого смысла не имеет. При этом, очевидно, теряются свойства каждой акции в отдельности, а от такого обобщения новые свойства у суммарной комплексной величины не появляются. Перемножение же комплексных переменных продаж всех *m* акций на данном рынке имеет такой смысл[2]:

$$Z_t = \prod_{j=1}^{m} z_{jt} = \prod_{j=1}^{m} (R_{jt} e^{i\theta_{jt}}) = e^{i\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt}} \prod_{j=1}^{m} R_{jt} . \qquad (8.1.8)$$

Аналогично можно найти произведение комплексных переменных продаж на этом же рынке всех товаров в предыдущий момент времени *t-1*:

$$Z_{t-1} = \prod_{j=1}^{m} z_{jt-1} = \prod_{j=1}^{m} (R_{jt-1} e^{i\theta_{jt-1}}) = e^{i\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt-1}} \prod_{j=1}^{m} R_{jt-1} . \qquad (8.1.9)$$

Отношение (8.1.8) к (8.1.9) будет также являться комплексной переменной, и будет характеризовать ситуацию на рынке, то есть выступать уже в качестве некоторого индекса:

$$I_{St} = \left(\frac{\prod_{j=1}^{m} z_{jt}}{\prod_{j=1}^{m} z_{jt-1}}\right)^{\frac{1}{m}} = e^{i\frac{1}{m}(\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt} - \sum_{j=1}^{m}\theta_{jt-1})} \left(\frac{\prod_{j=1}^{m} R_{jt}}{\prod_{j=1}^{m} R_{jt-1}}\right)^{\frac{1}{m}} . \qquad (8.1.10)$$

Сам этот индекс I_S, в соответствии со свойствами комплексной переменной, является комплексной переменной с действительной и мнимой частью. Он же может быть выражен в экспоненциальной форме с помощью модуля R_z и полярного угла φ_z.

Полярный угол индекса I_S находится как показатель степени в (8.1.10):

$$e^{i\frac{1}{m}(\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt} - \sum_{j=1}^{m}\theta_{jt-1})}, \qquad (8.1.11)$$

то есть, он равен разности:

[2] Светуньков С.Г. Комплексные переменные в теории индексов // Теория функции комплексного переменного в экономико-математическом моделировании: материалы Всероссийского научного семинара. 19 декабря 2005 г. / Под ред. проф. С.Г.Светунькова. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2006. - С. 39 – 44.

$$\varphi_z = \frac{1}{m}(\sum_{j=1}^{m} \theta_{jt} - \sum_{j=1}^{m} \theta_{jt-1}) \cdot \tag{8.1.12}$$

Модуль индекса I_S определяется по формуле:

$$R_{zt} = (\frac{\prod_{j=1}^{m} R_{jt}}{\prod_{j=1}^{m} R_{jt-1}})^{\frac{1}{m}} = (\prod_{j=1}^{m} \frac{R_{jt}}{R_{jt-1}})^{\frac{1}{m}}. \tag{8.1.13}$$

Для того чтобы понять смысл модуля и полярного угла этого индекса, обратимся к его графической интерпретации на комплексной плоскости. Осями координат этой плоскости по определению выступают отмасштабированные цена за единицу акции и объём продаж акций.

Рассмотрим вначале ситуацию, когда $m=1$, то есть, когда изучается поведение только одной акции. На рис. 8.1 приведено положение комплексной переменной в момент времени t и предыдущий момент времени t-1.

На рисунке комплексная переменная z_t изображена в условиях, когда объёмы продаж этой акций q_t несколько упали по сравнению с предыдущим моментом q_{t-1}, но цена за единицу акции p_t существенно возросла $p_t > p_{t-1}$. Это отражается в модели тем, что модуль комплексной переменной вырос – $R_t > R_{t-1}$, так же как вырос и полярный угол – $\theta_t > \theta_{t-1}$.

Очевидно, что для любых ценных бумаг их полярный угол лежит в пределах от 0 до $\pi/2$.

Если теперь отнести комплексную переменную в момент времени t к её значениям в предыдущий момент времени, получим новую комплексную переменную (частный индекс):

$$I_t = \frac{z_t}{z_{t-1}} = \frac{R_t}{R_{t-1}} e^{i(\theta_t - \theta_{t-1})} = \frac{R_t}{R_{t-1}} \cos(\theta_t - \theta_{t-1}) + i \frac{R_t}{R_{t-1}} \sin(\theta_t - \theta_{t-1}). \tag{8.1.14}$$

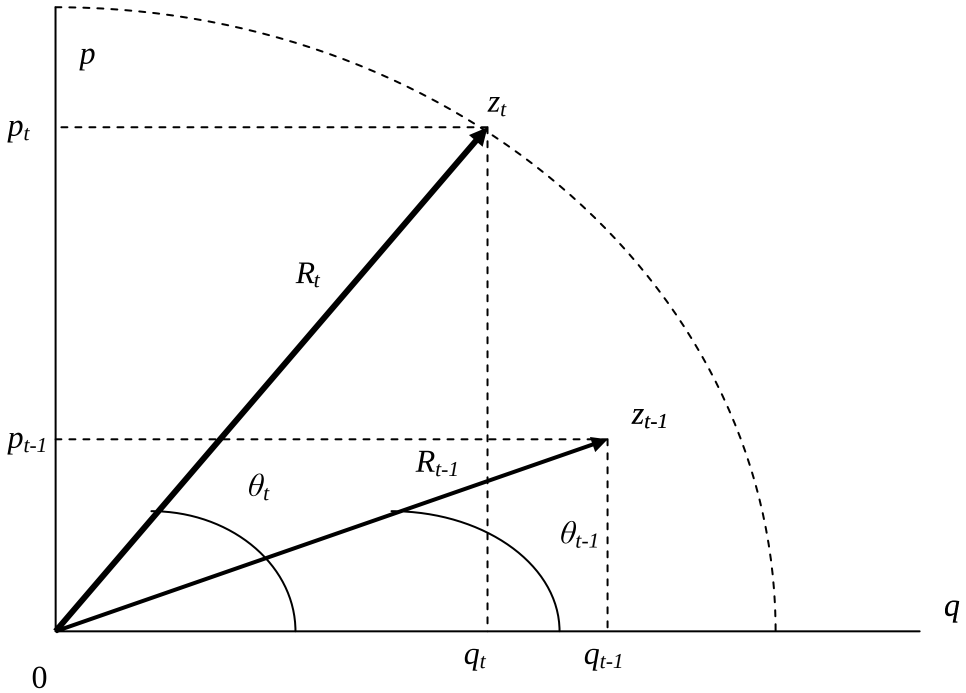

Рис. 8.1. Поведение акции, изображаемое на комплексной плоскости

Поскольку полярный угол этого комплексного индекса равен:

$$\theta_{It} = \theta_t - \theta_{t-1} = arctg\frac{p_t}{q_t} - arctg\frac{p_{t-1}}{q_{t-1}}, \qquad (8.1.15)$$

а модуль:

$$R_{It} = \frac{\sqrt{q_t^2 + p_t^2}}{\sqrt{q_{t-1}^2 + p_{t-1}^2}}, \qquad (8.1.16)$$

то можно сделать предварительный вывод об изменениях полярного угла комплексного индекса (8.1.14) и его модуля.

Прежде всего, следует отметить, что полярный угол комплексного индекса лежит в пределах:

$$-\pi/2<\theta_{\mathrm{It}}<\pi/2. \qquad (8.1.17)$$

Полярный угол (8.1.15) частного индекса (8.1.14) равен нулю, если пропорция между ценой и объёмом продаж не изменилась – это следует из (8.1.15). Пропорционально возрастание цены при таком же одновременном росте объёме продаж означает возрастающий интерес к акциям и оживление на рынке. Пропорциональное уменьшение цены при таком же одновременном снижении объёма продаж означает стремление держателей акций попридержать акции при падающей цене на них. То есть, равенство нулю полярного угла частного индекса (8.1.14) свидетельствует о некотором относительно стабильном отношении на рынке к данной ценной бумаге – при росте её цены торги этой бумагой растут, при снижении цены - уменьшаются.

Применительно к арифметической форме комплексного индекса это означает равенство нулю его мнимой составляющей.

Полярный угол (8.1.15) больше нуля, если выросла цена акции при неизменной величине объёмов продаж или при фиксированной цене снизились объёмы продаж. Первое свидетельствует о росте интереса к этой ценной бумаге и о нежелании ряда её держателей избавляться от неё, второе – о том, что данная цена не устраивает держателей акции, и они воздерживаются от продаж акций. То есть, это – ситуация ожиданий, когда участники рынка считают данную бумагу перспективной.

Положительность полярного угла означает, что и косинус, и синус положительны, как положительны действительная и мнимая части индекса (8.1.14). Причём, чем выше мнимая часть этого индекса, тем в большей степени рынок ожидает будущих изменений по поведению акции и изменения эти ожидаются по повышению цен на них, поэтому цены на акцию выросли по сравнению с предыдущим наблюдением. Положительное значение полярного угла частного индекса свидетельствует о нарастании интереса к акции на рынке.

Если полярный угол частного индекса оказывается меньше нуля, то это означает - при фиксированных ценах увеличиваются объёмы продаж этой акции, или при фиксированных объёмах уменьшается цена за единицу акций. Первое означает, что от этой акции её держатели спешат избавиться, ожидая ухудшения её позиций. Второе означает, что цена начинает уменьшаться и при этом ценную бумагу особенно не придерживают – она не очень интересна. Таким образом, отрицательный полярный угол частного индекса свидетельствует о снижении интереса к акции.

В арифметической форме записи это означает, что мнимая часть комплексного частного индекса отрицательна – и чем больше она по модулю, тем более резко ухудшились позиции акции на рынке.

Теперь разберём возможную динамику модуля (8.1.16) частного комплексного индекса. Он может оставаться постоянным, возрастать или уменьшаться. На рис. 8.1 пунктирной линией проведена окружность с радиусом R_t. В любой точке этой окружности радиус этой переменной будет один и тот же – при возрастании полярного угла (росте цены и снижении объёмов продаж) и при уменьшении полярного угла (уменьшении цены и увеличении объёмов продаж). То есть – этот показатель не отражает настроения участников рынка. Он отражает лишь масштаб (не объём!) операций с этой ценной бумагой.

Объём продаж этой акции представляет собой произведение цены на объём или в рассматриваемом случае – произведение действительной части частного комплексного индекса на вещественную составляющую его мнимой части, то есть:

$$p_t q_t = R_t \cos\theta_t \times R_t \sin\theta_t = \frac{1}{2} R_t^2 \sin(2\theta_t). \qquad (8.1.18)$$

Уменьшение модуля частного комплексного индекса при постоянном полярном угле свидетельствует об уменьшении объёма продаж, а его увеличение в этом случае – об увеличении объёма продаж. Одновременное изменение и полярного угла, и модуля могут привести к постоянному объёму продаж, но существенному изменению отношения участников рынка к данной акции (рис.8.2).

Объём продаж (8.1.18) может оставаться величиной постоянной, если например, наблюдается рост модуля комплексной переменной, но её полярный угол уменьшается. Из рис. 8.2 следует, что это может соответствовать только ситуации, когда цена падает, а объём продаж растёт.

Это ли не соответствует ситуации, когда владельцы акции избавляются от неё? Именно поэтому объёмы продаж являются малоинформативными о ситуации на рынке, а изменение полярного угла и мнимой части комплексной переменной – более информативными.

Возвращаясь к частному комплексному индексу, обобщим:

1) близость к нулю мнимой части этого индекса свидетельствует о стабильном состоянии конъюнктуры. Если при этом действительная часть увеличивается, это означает возрастающий интерес к ценной бумаге, если же его действительная часть уменьшается, то это означает, что интерес к данной бумаге несколько упал;

2) если мнимая часть комплексного частного индекса положительная, то это свидетельствует о том, что акция очень интересна рынку. Если при этом мнимая часть положительна и далека от нулевых значений, то это означает, что на рынке наблюдается спрос на бумагу, близкий к ажиотажному. Если при этом действительная часть велика, то наблюдается ажиотаж; если действительная часть мала – объёмы продаж уменьшились в ожидании дальнейшего роста цены;

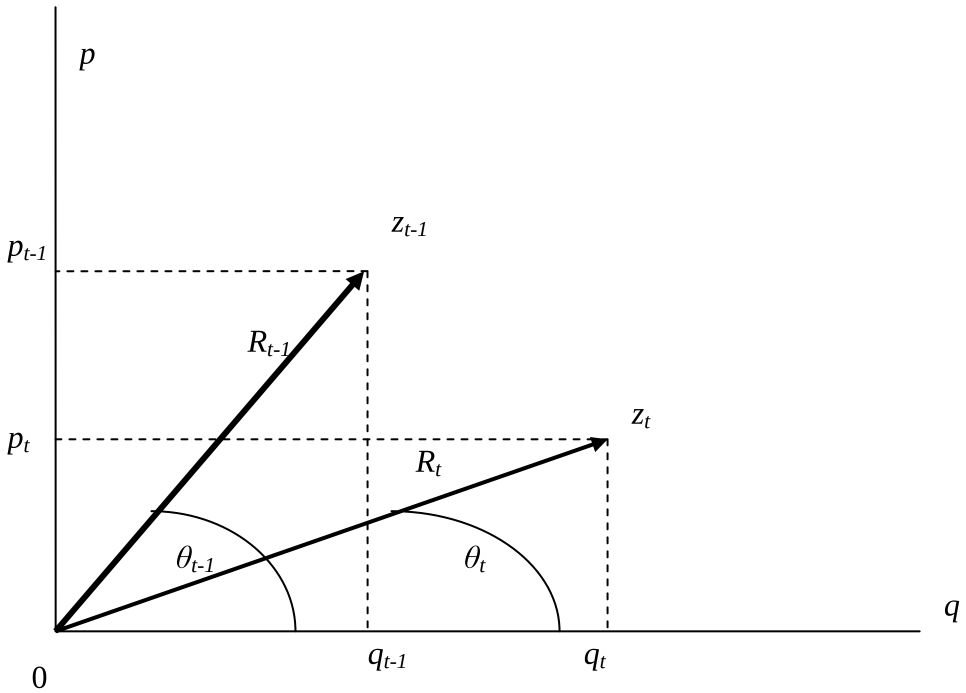

Рис. 8.2. Неизменность объёмов продаж при изменении состояния конъюнктуры данной акции

3) если мнимая часть индекса отрицательная, то это означает падение интереса рынка к данной бумаге, причём, чем больше по модулю её величина, тем сильнее падение интереса. Высокое значение действительной части при этом будет свидетельствовать о том, что объём продаж увеличивается – участники рынка избавляются от этой бумаги; если нет – участники рынка придерживают эту бумагу в ожидании лучших времён.

Поскольку обобщающий индекс (8.1.10) представляет собой произведение частных индексов, то вышеуказанные выводы распространяются и на его свойства.

На условном примере, представленном в таблице 8.1, продемонстрируем свойства индекса комплексных переменных по сравнению со стандартным подходом.

Табл.8.1.

Условный пример для расчёта индекса (безразмерные единицы)

	Акция 1		Акция 2		Акция 3		Акция 4	
	Цена, *p*	Объём продаж, *q*	Цена, *p*	Объём продаж, *q*	Цена, *p*	Объём продаж, *q*	Цена, *p*	Объём продаж, *q*
t	11	10	10	8	7	5	15	10
t-1	10	11	8	10	5	7	10	15

Цены и объём акций выбраны таким образом, чтобы при расчёте классический индекс (8.1.1) был равен 1, тем самым, показывая стабильность на рынке. В этом легко убедиться:

$$I_t = \frac{11*10+10*8+7*5+15*10}{10*11+8*10+5*7+10*15} = 1 \qquad (8.1.19)$$

Теперь по каждой акции в каждый момент времени вычислим модуль комплексной переменной (табл. 8.2).

Табл. 8.2.

Расчётные значения модулей акций по каждому моменту времени

	Акция 1	Акция 2	Акция 3	Акция 4
	R_1	R_2	R_3	R_4
t	14,87	12,80	8,60	18,03
t-1	14,87	12,80	8,60	18,03

После чего определим полярные углы каждой переменной в различные моменты времени (Табл.8.3)

Табл. 8.3.

Расчётные значения полярного угла (в радианах)

	Акция 1	Акция 2	Акция 3	Акция 4
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
t	0,83	0,90	0,95	0,98
t-1	0,74	0,67	0,62	0,59

Рассмотрим теперь значения частных комплексных индексов.

Первый частный комплексный индекс:

$$I_{1t} = \frac{14,87}{14,87} e^{i(0,83-0,74)} = 1\cos 0,09 + i1\sin 0,09 = 0,995952733 + i0,089878549.$$

Теперь второй:

$$I_{2t} = \frac{12,80}{12,80} e^{i(0,90-0,67)} = \cos 0,23 + i\sin 0,23 = 0,973666395 + i0,227977524.$$

Рассчитаем третий частный индекс:

$$I_{3t} = \frac{8,60}{8,60} e^{i(0,95-0,62)} = \cos 0,33 + i\sin 0,33 = 0,946042344 + i0,324043028.$$

Теперь последний четвёртый индекс:

$$I_{4t} = \frac{18,03}{18,03} e^{i(0,98-0,59)} = \cos 0,39 + i\sin 0,39 = 0,92490906 + i0,380188415$$

У всех индексов мнимые части положительны, что свидетельствует о росте интереса к акциям. Мнимая часть первого индекса близка к нулю, поэтому интерес к этой акции можно диагностировать, как вполне обычный. А вот у четвёртой акции мнимая часть значительна – *0,380188415*. Это свидетельствует о наличии ажиотажного спроса на бумагу. И действительно, из табл. 8.1 видно, что цена на эту акцию выросла на 50%.

Теперь вычислим общий для рынка в целом комплексный индекс (8.1.10). Модуль индекса:

$$R_t = \left(\frac{14,87\times 12,80\times 8,6\times 18,03}{14,87\times 12,80\times 8,6\times 18,03}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{29,513}{29,513}\right)^{\frac{1}{4}} = 1 \qquad (8.1.20)$$

Его полярный угол:

$$\theta_t = \frac{1}{4}[(0,83\text{-}0,74)+(0,9\text{-}0,67)+(0,95\text{-}0,62)+(0,98\text{-}0,59)] = 0,26 \qquad (8.1.21)$$

Тогда комплексный индекс в арифметической форме:

$$I_{St} = 0,966389978 + i0,257080552. \qquad (8.1.22)$$

Мнимая часть этого коэффициента положительна и больше нуля, что свидетельствует о благоприятном состоянии экономической конъюнктуры и оживлении на рынке.

Следует вновь упомянуть, что классический индекс для изучаемого условного примера равен единице, что означает стабильность конъюнктуры, хотя мы наблюдаем очевидное её изменение. Вновь видно, что использование комплексных переменных позволяет иначе промоделировать экономический объект и получить выводы, отличные от тех, которые получаются с помощью моделей и индексов действительных переменных.

Зачастую для отражения ситуации на рынке экономисты учитывают некоторый «сводный» индекс, представляющий собой сумму объёмов продаж некоторого набора акций («голубых фишек»):

$$I_t = \sum_j \mathrm{P}_t^j \mathrm{Q}_t^j = const. \qquad (8.1.23)$$

При этом для анализа ситуации на рынке значение индекса не делится на предыдущее значение, а просто анализируется динамика индекса. Само собой разумеется, что динамический ряд значений этого индекса даёт возможность сравнения друг с другом как рядом стоящих индексов, так и отдалённых друг от друга индексов.

Если использовать по аналогии с (8.1.23) индекс (8.1.8):

$$Z_t = \prod_{j=1}^{m} z_{jt} = \prod_{j=1}^{m} (R_{jt} e^{i\theta_{jt}}) = e^{i\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt}} \prod_{j=1}^{m} R_{jt}$$

то можно столкнуться с одной проблемой – этот индекс, являясь комплексным числом, увеличивает с ростом числа включаемых данных по акциям свой модуль, и увеличивает полярный угол, который равен сумме полярных углов, каждый из которых является положительным:

$$\theta = \sum_{j=1}^{m} \theta_{jt}$$

Такой индекс является потому периодической величиной, поскольку при разных сочетаниях включаемых в индекс акций можно получить полярные углы, различающиеся друг от друга на *2πk*, следовательно, отношение их действительных и мнимых частей будут одинаковыми, хотя процессы - различные. Индекс (8.1.10) в котором находится частное комплексных индексов, свободен от этого недостатка, поскольку полярные углы одних и тех же акций вычитаются друг из друга. Так возможно ли получение некоторого аналога сводного индекса (8.1.23) в области комплексных переменных?

Таким вариантом может быть среднее геометрическое индекса (8.1.8):

$$I_t = \sqrt[m]{e^{i\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt}}\prod_{j=1}^{m}R_{jt}} = e^{i\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt}}\sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m}R_{jt}}\,. \qquad (8.1.24)$$

Вычисление этого индекса позволит анализировать отдельно динамику его четырёх характеристик:

1) полярного угла:

$$\varphi_t = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\theta_{jt}\,,$$

2) модуля:

$$R_t = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m}R_{jt}}\,,$$

3) действительной части:

$$I_{rt} = R_t\cos\varphi_t\,,$$

4) мнимой части:

$$I_{it} = R_t\sin\varphi_t\,.$$

Рассматривая комплексный индекс как дополнительный инструмент анализа фондовых рынков, а не альтернативный инструментарию действительных переменных, мы вновь имеем все основания утверждать, что такое развитие инструментальной базы экономики является весьма продуктивным.

8.2. Фазовая плоскость и К-паттерны

Фондовый рынок – рынок особого рода. На нём не встречаются продавцы и конечные покупатели. Его товары не удовлетворяют насущные потребности, продавцы мгновенно становятся покупателями, а покупатели – мгновенно превращаются в продавцов. Для объяснения их поведения теории предельной полезности или трудовой стоимости беспомощно опускают руки. Модели и методы экономической теории, применённые к этому рынку, терпят полное фиаско – на фондовом рынке другие законы, другие взаимосвязи, другие стили поведения. Здесь, более чем на каком-либо рынке, действуют законы, относимые к психологии и, в некоторой степени, социологии. Массовая паника на рынке приводит к их обвалу, в виде основной движущей силы выступают ожидания, прогнозированию которых уделяется много внимания, но пока что мало результативно.

Теория фондовых рынков далеко не так завершена в той степени, в какой хотелось бы. Следует напомнить, что задача любой теории – объяснить изучаемое явление, в том числе и с использованием моделей.

К настоящему времени применительно к фондовому рынку выделяют два подхода к его исследованию. Первый получил название «фундаментальный анализ», который представляет собой использование словесных и графических моделей для описания сложной взаимосвязи причин и факторов, действующих на рынке. Второй подход получил название «технический анализ», в котором используются математические модели самой разной сложности в попытке описать и спрогнозировать количественные характеристики рынка без выявления системы причинно-следственных связей и без учёта влияния факторов, информация о которых измеряется в номинальной шкале или в порядковой шкале. Синтез этих двух направлений и представляет собой некоторую теорию фондового рынка.

Поскольку на этом рынке основными показателями, изучением поведения которых занимается теория фондового рынка, являются цена за одну ценную бумагу и объём продаж этой бумаги, то вполне естественным является желание найти и понять взаимосвязь между этими двумя экономическими показателями. Но до сих пор их использование в теории фондового рынка ограничивается расчетом разного рода индексов – типа (8.1.1) или (8.1.2). Большего достичь пока не удаётся.

Но любой экономист понимает, что между ценой за единицу товара и объёмом продаж этого товара, пусть даже этим товаром выступает ценная бумага на фондовом рынке, существует экономическая взаимосвязь, интуитивно ощущаемая, но в теории фондовых рынков пока не объяснимая. Эту интуитивно ощущаемую взаимозависимость выявить, объяснить и описать пока не удавалось. Поэтому сегодня теория фондового рынка рекомендует визуально анализировать динамику цены p_t и динамику объёмов продаж q_t, размещая два графика один под другим, соотнося масштаб оси времени. Такое совместное размещение динамики экономических показателей даёт экономисту некоторое интуитивное представление об изучаемом процессе. При этом есть некоторое понимание взаимного влияния этих двух показателей друг на друга, но - ни направление этого влияния, ни его суть описать с помощью каких-либо моделей не удаётся.

Поскольку и цена за акцию, и объём продаваемых акций являются взаимосвязанными и распределёнными во времени, то возникает возможность их совмещения на одном графике, который будет представлять собой известную в естественных науках фазовую плоскость, ведь каждое значение объёма продаж и цены имеет точно идентифицирующий их индекс, в виде которого выступает время. Поэтому располагая на одной оси плоскости цену, а на другой оси – объём продаж, можно на эту фазовую плоскость нанести совокупность точек, которая зачастую имеет вид ярко выраженной закономерности и называется поэтому «фазовым портретом».

Наиболее ярким примером фазового портрета является известная в физике «петля гистерезиса».

Попытка построения фазовых портретов различных ценных бумаг, котирующихся на разных фондовых рынках, заканчивается неудачей. Никакого «портрета» не получается, а получается хаотическое нагромождение точек и связывающих их линий. Пример такой фазовой плоскости некоторой ценной бумаги приведён на рис. 8.3.

Рис. 8.3. Типичный фазовый портрет ценной бумаги на фондовом рынке

Поэтому следует признать, что с помощью инструментов действительных переменных, используя общеизвестные подходы исследования, не удастся решить задачу выявления и описания взаимосвязи между ценой за единицу ценной бумаги и объёмом обращения этой бумаги на фондовом рынке. То есть, науке не удаётся решить самое главное – выявить движущую силу рынка, проявляющуюся в его закономерностях. Конечно, никто не спорит о том, что в современной теории фондового рынка наработан огромный эмпирический материал и выявлены многочисленные закономерности его динамики. Но эмпирико-дедуктивный метод познания, используемый при этом, так и не выходит на уровень теоретических обобщений. Гипотеза о наличии взаимосвязи между ценой и объёмом на этом рынке пока не подтверждается.

Поскольку задачей данного исследования является демонстрация только малой части тех богатейших возможностей, которые открываются перед экономистами при использовании теории функций комплексных переменных, покажем, как можно решить поставленную задачу по проверке гипотезы о наличии взаимосвязи между ценой и объёмом продаж ценной бумаги на фондовом рынке. Воспользуемся для этого введённой ранее комплексной переменной (8.1.5):

$$z_{jt} = q_{jt} + ip_{jt}.$$

Эта комплексная переменная может быть записана и в экспоненциальной, и в тригонометрической форме, для чего необходимо вычислить модуль комплексной переменной и её полярный угол:

$$R_{jt} = \sqrt{q_{jt}^2 + p_{jt}^2}, \quad \theta_{jt} = arctg\frac{p_{jt}}{q_{jt}}. \tag{8.2.1}$$

И модуль комплексной переменной, и её полярный угол, характеризующие ценную бумагу (цену и объём продаж), претерпевают изменения во времени, поскольку исходная комплексная переменная является динамичной. Поэтому дополнительную характеристику ценной бумаги могут дать графики изменения во времени как полярного угла, так и модуля. Экономический смысл увеличения или уменьшения этих показателей был изложен в предыдущем параграфе (рис.8.1 и 8.2). Поэтому, построив такие графики, экономист получает возможность располагать некоторой дополнительной информацией об изучаемом процессе изменения во времени ценной бумаги. Это - с одной стороны.

С другой стороны из (8.2.1) со всей очевидностью следует, что эти две переменные взаимосвязаны друг с другом, поскольку при вычислении модуля и полярного угла используется одна и та же пара значений – цена и объём. Это означает, что динамические переменные (8.2.1) могут быть расположены на одном графике - графике фазовой плоскости, а взаимосвязь между ними, если она обнаружится, будет характеризовать собой фазовый портрет изучаемого процесса.

Т.В.Корецкая построила несколько десятков таких фазовых плоскостей ценных бумаг, котирующихся на ММВБ[3] с 2007 по 2009 год. На фазовых плоскостях всех изученных ценных бумаг отчётливо выделялся фазовый портрет, имеющий типичную форму, изображённую на рис. 8.4.

[3] Светуньков С.Г., Корецкая Т.В. Сравнительное исследование классического индекса и индекса комплексной переменной на примере динамики акций ММВБ // Вестник Оренбургского государственного университета, 2009, №5 – С. 78 – 81.

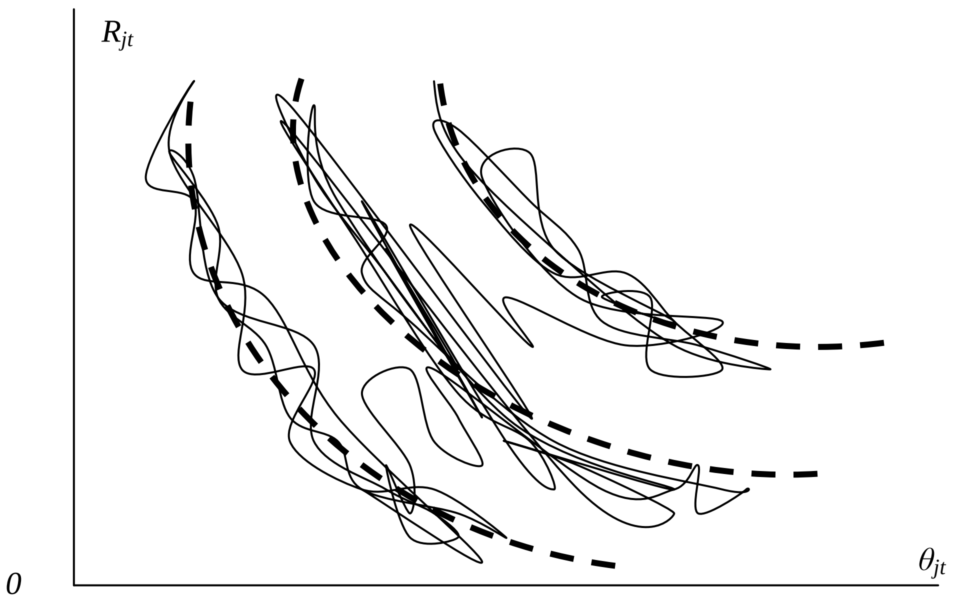

Рис. 8.4. Типичный фазовый портрет поведения полярных координат ценной бумаги на фондовом рынке

На фазовом портрете видно, что точки модуля и полярного угла ценных бумаг в определённый промежуток времени лежат на линии вогнутой кривой (на рис. 8.4 эти кривые изображены жирной пунктирной линией). Причём расположение точек на этих линиях, если рассматривать их в динамике, представляют собой движение вдоль выделенных линий так, как это характерно для качелей – вверх-вниз, вверх-вниз и т.п. Затем в ситуации, когда характер динамики рынка изменяется, точки фазового портрета «срываются» с этих устойчивых линий, и осуществляют переход на другой, расположенный более низко уровень, где в течение довольно длительного промежутка времени вновь располагаются на подобной же вогнутой линии, но находящейся на другом уровне. Поскольку Т.В.Корецкая рассматривала исключительно тот промежуток времени, который характеризуется глобальным экономическим кризисом, в результате чего несколько раз «падали» фондовые рынки, а деньги, вложенные финансовыми компаниями в ценные бумаги, выводились с этих рынков, то переход из одного состояния на фазовой плоскости в другое имеет понижательное направление. Глубоко убеждён в том, что как только появятся первые признаки оздоровления мировой экономики, и свободные денежные средства вновь появятся на фондовом рынке, на фазовых плоскостях ценных бумаг будет отмечен переход из одного фазового состояния в другое, но уже в повышательном направлении.

Линии фазового портрета мы назвали *К*-паттернами. Графический анализ фазового состояния ценной бумаги, которое на графике изображается в виде *К*-паттерн, позволил выдвинуть гипотезу о параллельности друг другу

К-паттерн одних и тех же ценных бумаг. Для проверки этой гипотезы Т.В.Корецкая предложила простой, но очень продуктивный подход – осуществить логарифмирование модуля и полярного угла ценных бумаг, после чего строить фазовую плоскость в логарифмах. В результате такого преобразования характеристик комплексных переменных и фазовой плоскости, были получены фазовые портреты в виде параллельных друг другу прямых линий (рис.8.5).

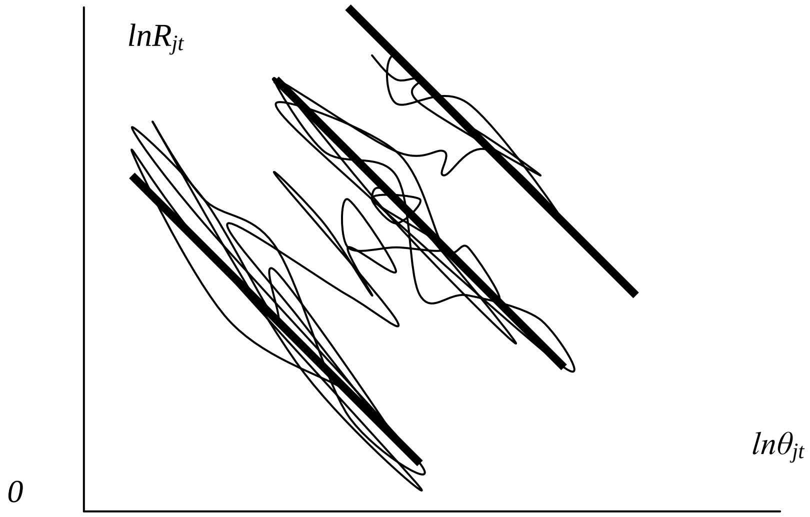

Рис. 8.5. Фазовый портрет ценной бумаги на логарифмической фазовой плоскости

Конечно, поскольку графические модели строятся по выборочным значениям показателей, то происходит это при воздействии множества случайных факторов, способствующих тому, что некоторые линии располагаются, слегка отклоняясь от общего параллельного расположения на фазовой плоскости всех линий. Но параллельность в среднем прямых линий на логарифмической фазовой плоскости при визуальном анализе десятков графиков ценных бумаг очевидна. Это же подтвердил и статистический анализ, когда угол наклона линейных моделей колебался вокруг некоторого среднего значения.

Решив задачу выявления взаимосвязи между ценой за единицу ценной бумаги и объёмом продаж этой бумаги на рынке в форме *К*-паттерны, необходимо дать экономическую интерпретацию полученным результатам.

Сама взаимосвязь между ценой и объёмом носит сложный нелинейный характер, ведь *К*-паттерна представляет собой нелинейную взаимозависимость модуля комплексной переменной (корень квадратный из суммы квадратов цены и объёма) и полярным углом этой переменной (арктангенсом соотношения цены к объёму). Сложность выявленной формы взаимозависимости не позволяет дать её однозначную интерпретацию типа такой: с ростом цены объём поведёт себя так-то, а не иначе. Такие явные выводы не напрашиваются. Напрашиваются выводы другого рода – *К*-

паттерны, как совокупность точек фазовой плоскости, очевидно, имеют нечто общее, что и определяет их местоположение на плоскости таким образом, а не иначе. Но каковы эти самые причины, которые отражаются в одинаковом местоположении точек фазового портрета и почему наблюдаются фазовые переходы из одного состояния в другое? Верно ли предположение о том, что в периоды стабильной экономической конъюнктуры на фондовом рынке акции располагаются вдоль К-паттерн, а во времена нестабильности «срываются» с этих паттерн?

Для ответа на эти вопросы обратим внимание на процессы, происходящие на фондовом рынке. Для определённости рассмотрим рынок ценных бумаг ММВБ в 2008 году[4].

21 января 2008 года торги в США не проводились. Однако именно в этот день рухнули азиатские биржи, а вместе с ними и российский фондовый рынок. Многие участники рынка в условиях кризиса и нестабильности поспешили избавиться от ценных бумаг и вывести деньги из этого рынка - массовый исход денег и привёл к ощутимому снижению объёма денежных средств, обращающемуся на рынке. Такое состояние рынка ММВБ оставалось неизменным в течение трёх с половиной месяцев вплоть до 4 мая 2008 года. Если построить фазовый портрет любой из «голубых фишек» ММВБ, то можно убедиться в том, что этот период «стабильности» на фазовой плоскости этой ценной бумаги отражается *К*-паттерной. Конечно же, на рисунках имеются вполне очевидные отклонения от линии, вызванные случайными факторами, но этот разброс не является значительным. Период, который отразился *К*-паттерной, характеризуется одинаковым отношением участников рынка к ценным бумагам, и главное – относительной стабильностью на рынке в целом.

Начиная с 5 мая, точки на фазовой плоскости начали постепенный переход в новое состояние. Точки стали располагаться ниже *К*-паттерны, постепенно опускаясь всё ниже и ниже. На эту понижательную тенденцию наложились события 18 августа 2008 года, которое ознаменовалось новым падением российских акций на фоне грузино-югоосетинского конфликта. В день встречи министров иностранных дел стран НАТО в Брюсселе 19 августа 2008 года, когда решался вопрос о том, как наказать Россию за затянувшуюся оккупацию Грузии, российский фондовый рынок обвалился, что на фазовой плоскости отражается хаотическим колебанием точек с их явным стремлением к новому уровню.

16 сентября 2008 года под воздействием банкротства американского инвестиционного банка «Леман Бразес», российский фондовый рынок продемонстрировал очередное падение. В этот период наблюдался активный отток средств с депозитов в России, и эта нестабильность демонстрируется стремлением и полярного угла, и модуля вниз.

На фондовом рынке России в понедельник 29 сентября 2008 года случился очередной обвал. Нервозность на рынке достигла высочайшей

[4] Обзор выполнен Т.В.Корецкой

точки, что отразилось 6 октября 2008 года, когда закрытие торгов в пятницу в США показало, что принятие плана Полсона не сняло напряжение с американского фондового рынка и не развеяло сомнений в его эффективности. В результате утром в понедельник 6 октября 2008 года рынок вновь начал падать.

Состояние некоторой стабильности после падения на рынке наблюдалось, начиная с 29 октября 2008 года, когда произошло снижение учётной ставки ФРС США на 0,5%. Это толкнуло азиатские и европейские рынки вверх 30 октября 2008 года. Российский фондовый рынок также показал рост в четверг 30 октября 2008 года. Объём денежных средств, обращаемых на рынке, зафиксировался на некотором постоянном уровне. С этого дня до конца 2008 года точки на фазовой плоскости аккуратно ложились на новую *К*-паттерну.

Анализ и других фазовых портретов показывает, что те промежутки времени, для которых характерна стабильная конъюнктура рынка, характеризуются на фазовой плоскости тем, что все точки находятся на одной *К*-паттерне. Как только начинается изменение экономической конъюнктуры на фондовом рынке, точки фазового портрета начинают перемещаться в сторону другой *К*-паттерны, которая возникает в последующий период стабильности экономической конъюнктуры на фондовом рынке.

Вывод, который следует из сказанного, таков: *К*-паттерны описывают участки стабильной экономической конъюнктуры, а переход из одной *К*-паттерны в другую характеризует периоды изменения состояния экономической конъюнктуры фондового рынка.

Александр Чуважов обнаружил, что применительно к акциям ОАО «ЛУКОЙЛ», торгуемым на фондовом рынке RTS Classica с сентября 1995 года, К-паттерны удаётся выявить только по май 2006 года. Для последующего периода времени, т.е. с июня 2006 года, перемещение точек на фазовой плоскости не удаются аппроксимировать при помощи линейной функции. Его исследования данного феномена показали, что движение точек вдоль оси абсцисс рис. 8.5 происходит неравномерно в силу особенностей функции арктангенса.

Если рассматривать отношение $\frac{p_t}{q_t}$ как одну переменную, то функция

$$\theta_t = arctg\,\frac{p_t}{q_t}$$

имеет следующую по этой переменной производную:

$$\frac{d\theta_t}{d(p_t/q_t)} = \frac{1}{1+(p_t/q_t)^2} \quad . \qquad (8.2.2.)$$

С ростом отношения $\frac{p_t}{q_t}$ значения функции $\theta_t = arctg\,\frac{p_t}{q_t}$ меняются все медленнее, асимптотически приближаясь к своему верхнему пределу - $\frac{\pi}{2}$. Относительно метода К-паттернов это означает, что при больших значениях отношения $\frac{p_t}{q_t}$ точки на фазовой плоскости совершают настолько малые движения вдоль оси абсцисс, что процесс идентификации К-паттернов чрезвычайно затрудняется.

Для решения этой проблемы Александр Чувважов предложил модифицировать саму комплексную переменную следующим образом

$$\left[\begin{array}{lll} z_t = q_t + ip_t, & \text{если} & p_t < q_t; \\ z_t = p_t + iq_t, & \text{если} & p_t \ge q_t. \end{array}\right. \tag{8.2.3}$$

В комплексном индексе (8.2.3) действительная часть всегда не меньше мнимой, поэтому его можно представить в следующей форме

$$z_t = x_t + iy_t\,, \tag{8.2.4}$$

где

$$\left[\begin{array}{ll} \begin{cases} x_t = \max\{p_t; q_t\}, \\ y_t = \min\{p_t; q_t\}, \end{cases} & \text{если} \quad p_t \ne q_t; \\ \begin{cases} x_t = p_t, \\ y_t = q_t, \end{cases} & \text{если} \quad p_t = q_t. \end{array}\right.$$

Формулы модуля и аргумента комплексной переменной (8.2.4) имеют следующий вид

$$R_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2}\,, \tag{8.2.5}$$

$$\theta_t = arctg\,\frac{y_t}{x_t}\,. \tag{8.2.6}$$

Регрессионное уравнение для такого комплексного индекса записывается в виде

$$\ln\left[\sqrt{x_t^2 + y_t^2}\right] = a \times \ln\left[arctg\,\frac{y_t}{x_t}\right] + b + \varepsilon_t\,. \tag{8.2.7}$$

Т.к. переменные x_t и y_t в общем случае не определены однозначно, то предлагается разбивать весь временной интервал, за который имеются данные о значениях цен акций p_t и объёмов их торгов q_t, на подынтервалы, на каждом из которых выполнено или отношение

$p_t < q_t$ (в этом случае $x_t = q_t$, $y_t = p_t$), или

$p_t > q_t$ (в этом случае, наоборот, $x_t = p_t$, $y_t = q_t$).

Такой подход позволяет выделить К-паттерны для акций ОАО «ЛУКОЙЛ» на всем рассматриваемом периоде.

Рассмотрев весь период с помощью предложенной методики, Александр Чуважов выявил два типа зависимостей:

- один тип соответствует К-паттерну с отрицательным наклоном (когда $p_t < q_t$),
- второй тип соответствует почти горизонтально расположенному К-паттерну (когда $p_t > q_t$).

8.3. Математические модели К-паттерн

Линейность *К*-паттерн на логарифмической фазовой плоскости (рис. 8.5) предопределяет вид математической модели *К*-паттерны. Она в логарифмах имеет вид:

$$\ln R_{jt} = a_0 + a_1 \ln(arctg\theta_{jt}) . \qquad (8.3.1)$$

Переходя от логарифмов к мультипликативной форме, получим:

$$R_{jt} = e^{a_0} arctg\theta_{jt}{}^{a_1} . \qquad (8.3.2)$$

Если теперь в эту модель подставить вместо модуля и полярного угла комплексной переменной цену и объём, будет получено следующее уравнение *К*-паттерны:

$$\sqrt{p_{jt}^2 + q_{jt}^2} = e^{a_0} (artg \frac{p_{jt}}{q_{jt}})^{a_1} \qquad (8.3.3)$$

Преобразовать эту модель в явно заданную зависимость цены от объёма или объёма от цены сложно. Но так как при заданном полярном угле вычисляется модуль комплексной переменной по формуле (8.3.2), то можно элементарно вычислить расчётные значения объёма продаж акций как действительную часть комплексной переменной с известным модулем и полярным углом:

$$q_{jt} = e^{a_0} arctg\theta_{jt}{}^{a_1} \cos\theta_{jt} \qquad (8.3.4)$$

и цену единицы акции как мнимую часть комплексной переменной:

$$p_{jt} = e^{a_0} arctg\theta_{jt}{}^{a_1} \sin\theta_{jt} . \qquad (8.3.5)$$

Впрочем, из свойств комплексных переменных следует такая очевидная зависимость между ценой за одну акцию и объёмом продаж:

$$p_{jt} = q_{jt} tg\theta_{jt} . \qquad (8.3.6)$$

Общее представление о зависимости между ценой за единицу акции и объёмом продаж, которое следует из такого её представления, демонстрируется на рис. 8.6, на котором Т.В.Корецкая нанесла выявленные для ОАО «Аэрофлот» *К*-паттерны.

Теперь можно предложить такой алгоритм моделирования рынка ценных бумаг. Если есть основания считать полярный угол равным некоторой заданной (например, прогнозируемой) величине, то в условиях стабильной конъюнктуры, когда наблюдаются *К*-паттерны, можно вычислить по (8.3.4) объём продаж, а по (8.3.5) – цену за единицу акций.

Для практических целей вполне приемлемой является модель (8.3.1) или её аналог (8.3.2), поскольку коэффициенты этой модели легко определяются на статистических данных с помощью любого метода статистической оценки, например, с помощью МНК.

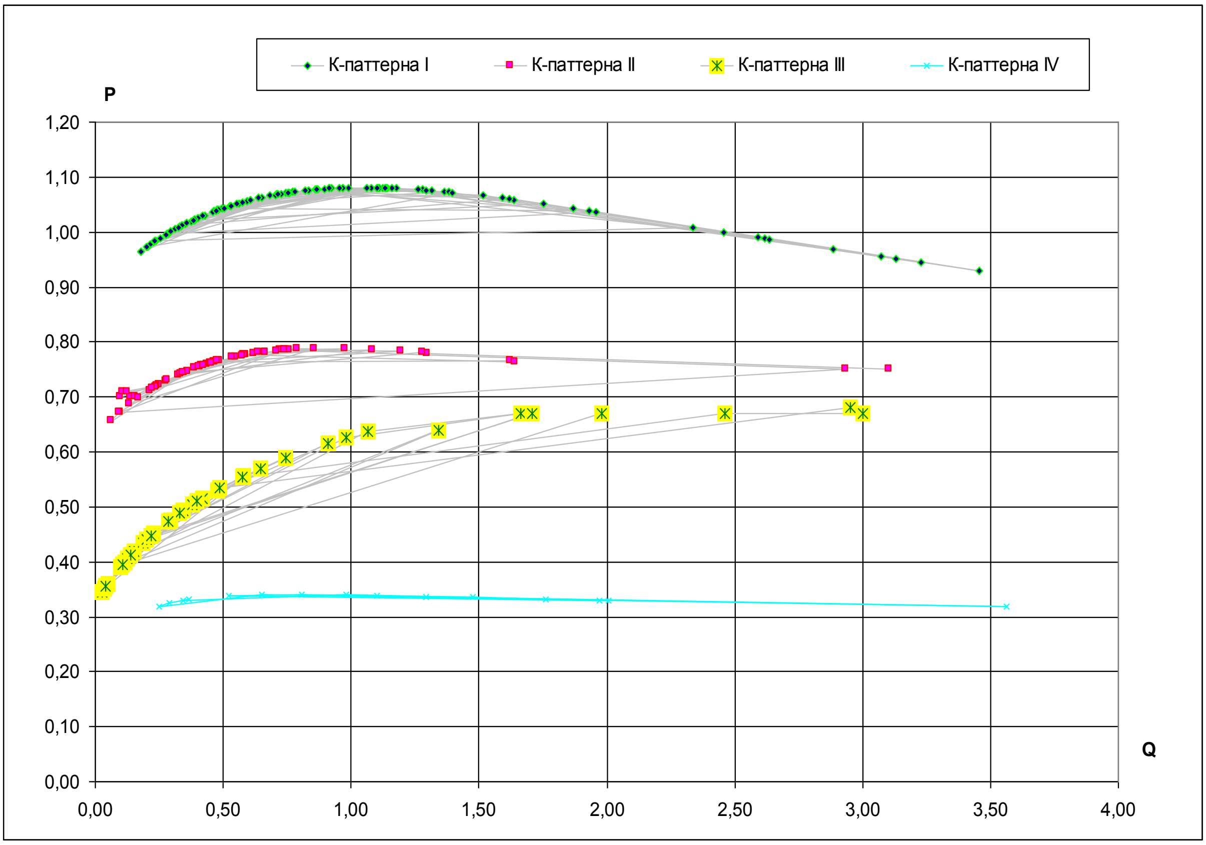

Рис. 8.6. *К*-паттерны для акций ОАО «Аэрофлот»

По данным об изменении котировок акций ОАО «Аэрофлот» на ММВБ за 2008 год Т.В.Корецкая нашла с помощью МНК уравнения нескольких *К*-паттерн. Рассмотрим две из них. Первая *К*-паттерна соответствует относительно стабильному периоду времени от 21 января до 4 мая 2008 г., а вторая *К*-паттерна соответствует промежутку времени с 29 октября 2008 года до конца этого года.

Уравнение модели (8.3.2) для первой *К*-паттерны имеет вид:

$$\ln \hat{R}_t = 0,2366 - 0,8261 \ln \theta_t . \quad (8.3.7)$$

Коэффициент детерминации модели с фактическими данными составляет 0,955.

Уравнение этой же модели для второй *К*-паттерны

$$\ln \hat{R}_t = -0,9945 - 0,9396 \ln \theta_t . \quad (8.3.8)$$

Эта модель также хорошо описывает исходные данные, поскольку коэффициент детерминации этой модели с фактическими данными составляет 0,9613.

Легко заметить, что свободный член уменьшился и стал отрицательным, что означает сдвиг К-паттерны вниз. Коэффициент пропорциональности модели также изменился, что вызвано действием случайных факторов, но свой знак и масштаб не изменил. Уравнения регрессии всех *К-паттерн* являются статистически значимыми.

Как можно использовать на практике вычисленные с помощью МНК уравнения *К*-паттерн? Пусть, например, в декабре 2008 года нам известно о том, что ситуация на рынке стабильна и мы знаем о намерении одного из игроков реализовать крупный пакет акций Q_{t+1}=100000 ОАО «Аэрофлот». В нашем распоряжении имеется уравнение *К*-паттерны, коэффициенты которой вычислены с помощью МНК (8.3.8). Приведя этот объём к базовому значению, получим, например, число q_{t+1}=1,28.

Для принятия правильного решения нам нужно спрогнозировать возможную величину цены за акцию ОАО «Аэрофлот», которая сложится в результате торгов при таком объёме акций, выставленных на продажу. Конъюнктура рынка не меняется, следовательно, уравнение *К*-паттерны остаётся неизменным, но все точки *К*-паттерны характеризуются изменением полярного угла и модуля. Поэтому алгоритм вычисления (8.3.4) – (8.3.5) в данном случае не может быть применён.

Для решения задачи необходимо использовать математическое уравнение *К*-паттерны. Подставив величину объёма акций, выставляемых на продажу, в уравнение модели *К*-паттерны, получим:

$$\sqrt{p_{t+1}^2+1,28^2}=e^{-0,9945}(artg\frac{p_{t+1}}{1,28})^{-0,9396}=2,703(artg\frac{p_{t+1}}{1,28})^{-0,9396}$$

Из полученного уравнения непосредственно вывести значение прогнозируемой цены и рассчитать её невозможно, но это не является препятствием для решения поставленной задачи, поскольку уравнение:

$$\sqrt{p_{t+1}^2+1,28^2}-2,703(artg\frac{p_{t+1}}{1,28})^{-0,9396}=0$$

относительно единственного неизвестного p_{t+1} можно решить с помощью одного из численных методов.

Полученное значение цены акций можно использовать как прогнозное значение в случае реализации этого пакета акций.

Александр Чуважов провёл аналогичные исследования для акций ОАО «ЛУКОЙЛ», торгуемых на RTS Classica и одну из К-паттерн описал такой регрессионной моделью:

$$\ln\left[\sqrt{p_t^2+q_t^2}\right]=0.003\times\ln\left[arctg\frac{q_t}{p_t}\right]+2.666\,.$$

Подводя итог всем результатам, изложенным в этой главе, следует отметить, что комплексный индекс (8.1.10), используемый наряду с другими индексами, позволяет исследователю получить дополнительную информацию о ситуации на фондовом рынке. Также новую информацию о фондовом рынке можно получить, вычисляя комплексный индекс (8.1.24) и анализируя его основные характеристики.

Выявление *К*-паттерны и обоснование формы её математической модели (8.3.1) позволяет развить теоретические представления о фондовом рынке, поскольку она представляет собой математическую модель взаимозависимости между ценой за единицу ценной бумаги, котирующейся на акции, и объёмом продаж этой акции, взаимозависимости, имеющей очень сложный характер и с помощью моделей действительных переменных не выявляемой. Общее представление об этой зависимости даёт рис. 8.6.

Особый интерес, конечно, представляет процесс перехода от одной *К*-паттерны в другую. Поскольку *К*-паттерны отражают периоды стабильной экономической конъюнктуры рынков, то прогнозирование наступления нестабильности – переход от одного состояния конъюнктуры в другое, представляет основной интерес. Возможно, что совмещая построения *К*-паттерн с циклами конъюнктуры и удастся получить искомые результаты, но это – задача будущих периодов. Важно то, что удалось эти *К*-паттерны выявить и показать, что они соответствуют периодам стабильности конъюнктуры рынка.