

## ***1.2. Адаптация и адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. Модель Брауна***

Поскольку большие социально-экономические системы, необратимо развиваясь во времени, адаптируются к различным внешним и внутренним факторам, модели, которые описывают закономерности этого развития, также должны учитывать это свойство, то есть – быть адаптивными. Иначе причинно-следственные связи будут не описаны и прогнозные модели будут не точны.

Понятия адаптации и адаптивности появились в лексиконе экономистов с приходом в экономику системного анализа. Практически во всех работах, посвященных анализу свойств больших систем экономики, выявляется свойство адаптивности, то есть – способности к адаптации, приспособлению; самообучаемости и самоорганизуемости.

Так, *под адаптацией* понимается способность системы использовать получение новой информации для приближения своего поведения и структуры к оптимальным в новых условиях. *Самообучение* – это способность системы, адаптируясь к новым условиям, корректировать своё поведение с учётом допущенных ошибок. Способность же системы изменять свою структуру, состав и параметры элементов при изменении условий взаимодействия с окружающей средой выделяется как свойство *самоорганизуемости*<sup>1</sup>.

Любая большая система является адаптивной – она тем или иным образом приспособливается к изменившимся условиям. Но не каждая из таких систем обладает свойством самообучаемости – приспособления не только на основе внешней информации, но и на основе того, насколько поведение системы далеко от оптимального. Высший уровень живучести большой системы определяется наличием у неё не только свойств адаптивности и самообучаемости, но и самоорганизации.

Поскольку основной задачей социально-экономического прогнозирования является построение прогнозных моделей, наилучшим способом описывающих динамику развития, то для этого при прогнозировании эволюционных процессов используют адаптивные методы, под которыми понимают методы, позволяющие в большей степени учитывать текущую информацию и в меньшей степени – прошлую. Основное свойство таких методов – изменение коэффициентов построенной модели при поступлении новой информации, т.е. адаптация моделей к новым данным.

Впрочем, иногда встречается и такое понятие адаптивной корректировки параметров модели, когда они, оцененные с помощью МНК, при поступлении новой информации просто пересчитываются вновь<sup>2</sup>. В данном случае нельзя говорить об адаптации, так как последняя предусматривает приспособление моделей к новой информации, учёт её в большей степени,

<sup>1</sup> Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. – М.: Экономика, 1975. – С. 480.

<sup>2</sup> Статистическое моделирование и прогнозирование: Учеб. пособие / Г.М.Гамбаров, Н.М.Журавель, Ю.Г.Королев и др.; Под ред. А.Г.Гранберга. - М.: Финансы и статистика, 1990. – С. 163.

чем прошлой информации, а не простой перерасчет коэффициентов модели с учетом дополнительной информации, которая считается одинаково важной, как в начале наблюдений, так и в ее конце. Это – уточнение модели, а не её адаптация.

Формальной основой алгоритмов адаптации могут быть любые итеративные методы, позволяющие за конечное количество шагов найти нужное решение. Именно подобные методы нашли широчайшее применение в задачах технической кибернетики. Но социально-экономические процессы значительно многообразнее задач, которые решаются в технической кибернетике. Применительно к задачам социально-экономического прогнозирования принципиально различными выступают задачи краткосрочного и среднесрочного прогнозирования.

В случае краткосрочного прогнозирования задача заключается в том, чтобы «уловить» последние по времени сиюминутные отклонения от сложившихся тенденций, отклонения, которые вызваны кратковременным действием некоторых факторов. После того, как действие этих случайным образом сложившихся факторов прекратится, показатели социально-экономической системы вновь вернуться к той траектории, по которой они двигались в прежние времена.

В случае среднесрочного прогнозирования задача ставится иначе – нет смысла учитывать текущие кратковременные колебания и отклонения от сложившейся тенденции – они в скором времени прекратятся. Есть смысл «уловить» наметившиеся в последние моменты наблюдений неминуемые изменения в тенденциях развития, и, учитывая их, откорректировать прогнозную модель.

Рассмотрим адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. Прежде всего, упростим задачу – предположим, что перед прогнозистом стоит задача изучить некоторый временной ряд  $Y_t$ , не имеющий какой-либо явно выраженной тенденции, и сделать прогноз в конце ряда на один шаг наблюдения  $\hat{Y}_{T+1}$ . В этом случае ему проще всего воспользоваться в качестве прогнозной модели простой средней арифметической:

$$\hat{Y}_{T+1} = \bar{Y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t \quad (1.2.1)$$

Эта средняя арифметическая характеризует средний уровень ряда, отклонения от которого вызваны рядом причин.

В случае стационарного процесса, да ещё при нормальном распределении вероятностей эта процедура не вызывает никаких сомнений и возражений. Но средняя арифметическая, как известно, является наилучшей оценкой математического ожидания процесса только в том случае, когда прогнозируемый процесс является стационарным с нормальным распределением вероятностей. Если эти условия не выполняются, то средняя арифметическая не будет лучшей прогнозной моделью.

Для эволюционных процессов текущие отклонения являются более важными для понимания происходящих процессов, чем прошлые. Тем более - текущие значения являются более важными для прогноза, чем прошлые наблюдения. Например, для того, чтобы определить на завтра курс рубля по отношению к евро, текущие значения этого курса важнее, чем значения полугодовой давности.

Если представить (1.2.1) в расширенном виде, то получим:

$$\hat{Y}_{T+1} = \frac{1}{T} Y_T + \frac{1}{T} Y_{T-1} + \dots + \frac{1}{T} Y_t + \dots + \frac{1}{T} Y_1. \quad (1.2.2)$$

Или:

$$\hat{Y}_{T+1} = v_T Y_T + v_{T-1} Y_{T-1} + \dots + v_t Y_t + \dots + v_1 Y_1. \quad (1.2.3)$$

Здесь  $v_t$  – вес  $t$ -го наблюдения, причём легко убедиться в том, что:

$$\sum_{t=1}^T v_t = 1. \quad (1.2.4)$$

Естественное желание учесть текущую информацию в большей степени, чем прошлую, может быть математически выражено так:

$$v_T > v_{T-1} > \dots > v_t > \dots > v_1.$$

Если при этом потребовать выполнения условия (1.2.4), то, подставляя эти веса в (1.2.3), можно получить формулу взвешенной средней арифметической. В математике существует огромное количество рядов, чья сумма будет равна единице, а каждый вес будет убывать с убыванием наблюдений в прошлое, например, ряд:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

сходится к единице, то есть его сумма равна единице.

В принципе любой сходящийся к некоторому числу ряд можно преобразовать так, чтобы его сумма была равна единице. Например, ряд

$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

Сходится к числу  $e-1$ . Поэтому будет равна единице сумма такого ряда:

$$\frac{1}{1!(e-1)} + \frac{1}{2!(e-1)} + \dots + \frac{1}{n!(e-1)} + \dots$$

Так какой ряд из огромного множества имеющихся вариантов предпочесть для случая краткосрочного прогнозирования эволюционных процессов? В каждом случае прогнозируемый процесс своеобразен, и использовать один и тот же способ задания весов будет методологически ошибочным - в каждом отдельном случае наилучшим будет свой способ задания весов взвешенной средней. Перебирать все возможные сходящиеся к единице ряды в поиске наилучшего из них на практике не представляется возможным. Поэтому необходимо использовать некоторую универсальную процедуру, в которой, задавая один, или несколько параметров, можно было бы наилучшим образом настроить взвешенную среднюю к свойствам изучаемого ряда. Такая возможность имеется при показательном характере задания весов наблюдений:

$$S = \alpha + \alpha(1-\alpha) + \alpha(1-\alpha)^2 + \dots \quad (1.2.5)$$

Здесь параметр  $\alpha$  является единственной переменной, варьируя которую можно получить модель, пригодную для различных по характеру изменений прогнозируемого процесса. Иногда этот ряд называют экспоненциальным.

С помощью показательного взвешенного ряда весов легко рассчитать среднее взвешенное показателя  $Y$  в момент времени  $T$ , которое будет являться прогнозной моделью процесса на следующий момент наблюдения  $(T+1)$ . Обозначим это прогнозное значение через  $\hat{Y}_{T+1}$ .

Тогда, подставляя в (1.2.3) веса ряда (1.2.5), получим:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha Y_T + \alpha(1-\alpha)Y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{T-2} + \dots \quad (1.2.6)$$

или, вынося за скобки общий для всех, кроме первого значения, слагаемых, сомножитель  $(1-\alpha)$ , получим:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha Y_T + (1-\alpha)[\alpha Y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)Y_{T-2} + \dots]$$

Сумма в квадратных скобках правой части полученного равенства есть не что иное, как предыдущая взвешенная средняя, вычисленная на множестве предыдущих значений ряда. С учетом этого, получим окончательно:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha Y_T + (1-\alpha)\hat{Y}_T. \quad (1.2.7)$$

Формула (1.2.7) оказалась очень удобной для расчетов и получила своё название по имени автора, предложившего её – Р.Брауна. Иногда её называют «экспоненциальной сглаживающей».

Она, как уже было сказано, имеет смысл только в том случае, когда ряд весов сходится и его сумма равна единице. В противном случае расчет по

формуле (1.2.7) не даст взвешенную среднюю, и модель теряет смысл взвешенной средней.

Исходный ряд весов (1.2.5), предложенный Брауном, представляет собой бесконечную геометрическую прогрессию, о которой известно, что она сходится к единице, если для члена геометрической прогрессии выполняется единственное условие: модуль члена геометрической прогрессии должен быть меньше единицы<sup>3</sup>.

Для нашего случая это условие запишется следующим образом:

$$|1 - \alpha| < 1. \quad (1.2.8)$$

Из чего со всей очевидностью следует, что постоянная сглаживания должна изменяться в пределах<sup>4</sup>:

$$0 < \alpha < 2. \quad (1.2.9)$$

Легко убедиться в том, что при величине постоянной сглаживания, превышающей единицу, ряд весов становится знакочередующимся, сходимым и его сумма равна единице. Это со всей очевидностью следует из теоремы Лейбница, которая гласит, что ряд

$$q_1 - q_2 + q_3 - q_4 + \dots + (-1)^{n-1} q_n + \dots \quad (1.2.10)$$

где все  $q_n > 0$ , сходится, если последовательность  $\{q_n\}$  невозрастающая и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q_n = 0. \quad (1.2.11)$$

Применительно к нашему ряду для  $1 < \alpha < 2$  это будет сформулировано так. Ряд значений

$$\alpha - \alpha |1 - \alpha| + \alpha |1 - \alpha|^2 - \alpha |1 - \alpha|^3 + \dots \quad (1.2.12)$$

Имеет в своём составе только положительные члены. Для того чтобы он сошелся, необходимо выполнение условия (1.2.11), что для исследуемого ряда примет вид:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha |1 - \alpha|^n = 0. \quad (1.2.13)$$

Оно выполняется, поскольку выражение под модулем всегда меньше единицы в заданных границах  $0 < \alpha < 2$ .

<sup>3</sup>Малая математическая энциклопедия. – Будапешт: Изд-во Академии наук Венгрии, 1976. - С.412

<sup>4</sup>Светуныков С.Г. О расширении границ применения метода Брауна // Известия Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов, 2002, №3. - с. 94 – 107.

Таким образом, модель Брауна имеет право на существование как при нахождении постоянной сглаживания в пределах:

$$0 < \alpha < 1, \quad (1.2.14)$$

которые назовём «классическими», так и в пределах:

$$1 \leq \alpha < 2. \quad (1.2.15)$$

которые назовём «запредельным множеством»<sup>5</sup>.

Параметр  $\alpha$  получил название постоянной сглаживания. Почему именно «сглаживания»? Потому что, как и любая взвешенная средняя, эта модель усредняет прошлые значения, то есть – сглаживает «пики» и «провалы» графика динамики показателя (рис.1).

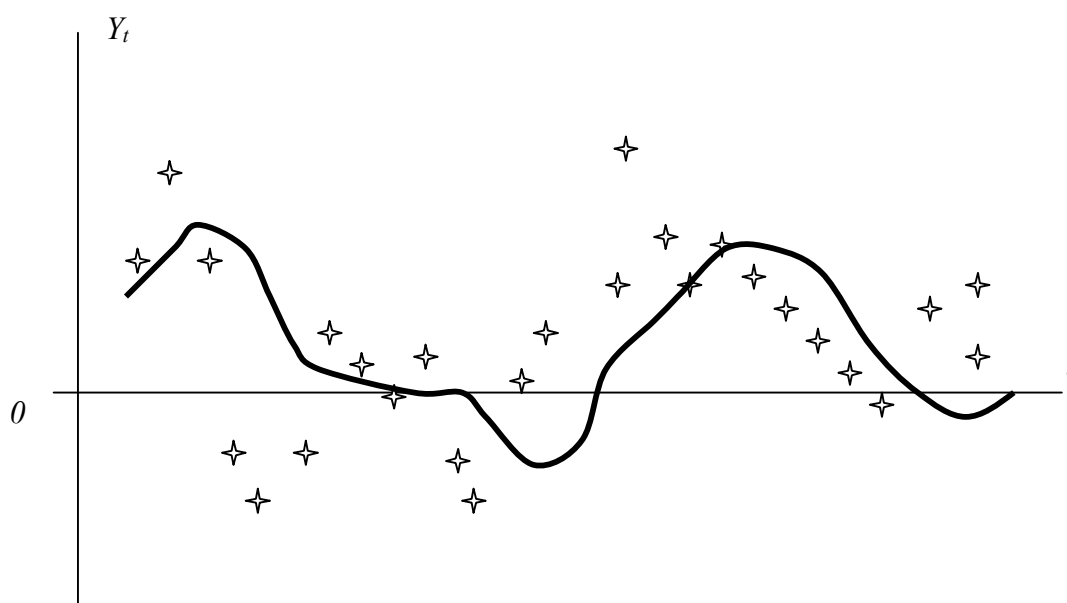


Рис. 1. Модель Брауна как сглаживающая тенденцию исходного ряда

Определим влияние постоянной сглаживания на результаты аппроксимации динамических рядов моделью Брауна. Предположим, что постоянная сглаживания лежит в пределах от нуля до единицы (1.2.14) и принимает своё крайнее значение, равное нулю.

Тогда, подставив это значение в модель (1.2.7), получим:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha Y_T + (1 - \alpha) \hat{Y}_T = \hat{Y}_T.$$

То есть, модель не учитывает текущую информацию. Это означает, что модель не является адаптивной.

---

<sup>5</sup> Светушков С.Г. Запредельные случаи метода Брауна // Экономические науки: Ученые записки УлГУ. - Ульяновск: Изд-во СВНЦ, 1997. Вып.2. Часть 1

Теперь подставим в модель Брауна другое крайнее значение из классических пределов, а именно – единицу. Получим:

$$\hat{Y}_{T+1} = \alpha Y_T + (1-\alpha)\hat{Y}_T = Y_T.$$

Это означает, что при таком значении постоянной сглаживания модель не учитывает прошлые значения, а полностью адаптируется к текущей информации.

Поэтому говорят, что постоянная сглаживания характеризует степень адаптации модели Брауна к текущей информации. О том, как влияет величина постоянной сглаживания на степень адаптации модели, свидетельствует рис.2, на котором изображены две сглаженные методом Брауна кривые. Первая при  $\alpha=0,3$ , вторая – при  $\alpha=0,7$ .

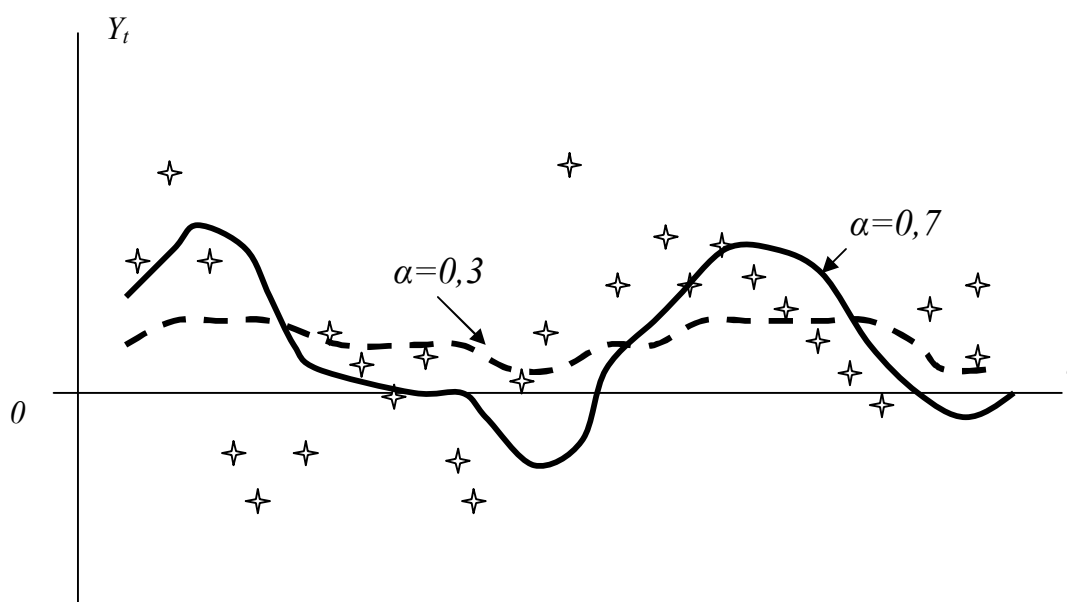


Рис. 2. Модель Брауна при разных значениях постоянной сглаживания

Какой же экономический смысл имеют запредельные случаи метода Брауна, определенные границами условия (1.2.15)? С учетом того, что запредельные случаи соответствуют условию, при котором постоянная сглаживания всегда не меньше единицы, то можно ввести новую переменную в следующем виде:

$$\beta = \alpha - 1, \quad 0 \leq \beta < 1, \tag{1.2.16}$$

Если теперь подставить (1.2.16) в исходную формулу модели Брауна и осуществить элементарные преобразования, можно получить следующее выражение:

$$\hat{Y}_{T+1} = Y_T + \beta(Y_T - \hat{Y}_T). \tag{1.2.17}$$

Так как мы уже неоднократно обозначали ошибку аппроксимации как

$$\varepsilon_T = Y_T - \hat{Y}_T, \quad (1.2.18)$$

то модель (1.2.17) можно записать так:

$$\hat{Y}_{T+1} = Y_T + \beta \varepsilon_T. \quad (1.2.19)$$

Таким образом, появляется возможность дать смысловое толкование запредельным случаям метода Брауна.

Во-первых, следует сразу отметить, что при этом модель полностью адаптивна к текущей информации, так как в формуле (1.2.19) текущая информация учитывается полностью, поскольку первое слагаемое формулы есть ни что иное, как текущее наблюдение  $Y_T$ .

Во-вторых, модель в той или иной степени становится адаптивной к текущей ошибке аппроксимации - отклонению расчетных значений от фактических  $\varepsilon_t$ . При этом если постоянная  $\beta$  равна нулю, то прогнозная модель оказывается совершенно не адаптивна к текущей ошибке, а если постоянная  $\beta$  равна единице, то в соответствии с условием (1.2.19) модель краткосрочного прогноза полностью учитывает величину текущей ошибки отклонения - модель абсолютно адаптивна к ошибке прогноза. Случаям, когда постоянная  $\beta$  лежит в пределах от нуля до единицы, соответствует та или иная степень адаптивности модели к текущей ошибке отклонения фактических значений от расчетных.

Поскольку постоянная сглаживания определяет то, как описывает модель Брауна прогнозируемый ряд, а, значит, определяет и то, насколько точным может быть прогноз, выполненный с помощью этой модели, возникает необходимость выбора наилучшего значения величины постоянной сглаживания для каждого ряда.

Для этого используют процедуру ретропрогноза. Исходный ряд данных  $\{Y_t\}$  описывают с помощью модели Брауна, предварительно задав некоторое значение постоянной сглаживания  $\alpha_1$ , и вычисляют ошибку ретропрогноза на каждом наблюдении:

$$\varepsilon_{t1} = Y_t - \hat{Y}_{t1}. \quad (1.2.20)$$

Ошибка ретропрогноза на каждом наблюдении мало информативна с позиций поведения модели в целом. Общее представление о точности модели Брауна при заданной величине постоянной сглаживания даёт некоторая обобщённая агрегированная величина – среднее абсолютное отклонение, дисперсия либо некоторая другая статистическая характеристика. Выбор этой характеристики определяется, прежде всего, задачами, которые ставит перед собой прогнозист. Пусть, для определённости им выбран критерий минимума дисперсии:



$$\sigma_1^2 = \frac{1}{T} \sum_t \varepsilon_{t1}^2 = \sum_t (Y_t - \hat{Y}_{t1})^2. \quad (1.2.21)$$

Рассчитав для постоянной сглаживания  $\alpha_1$  дисперсию модели Брауна относительно исходного ряда, задают другое значение постоянной сглаживания  $\alpha_2 \neq \alpha_1$ , лежащее в пределах (1.2.9), и вновь вычисляют ошибку ретропрогноза:

$$\varepsilon_{t2} = Y_t - \hat{Y}_{t2} \quad (1.2.22)$$

и дисперсию:

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{T} \sum_t \varepsilon_{t2}^2 = \sum_t (Y_t - \hat{Y}_{t2})^2. \quad (1.2.23)$$

Продолжая эту процедуру посредством изменения постоянной сглаживания в пределах её допустимых значений, получают ряд значений  $\{\alpha_i, \sigma_i^2\}$ . Поскольку дисперсия представляет собой некоторую таблично заданную функцию от постоянной сглаживания, задачу поиска оптимального значения постоянной сглаживания, при которой дисперсия ретроошибки будет минимальной, можно изобразить графически (рис. 3)

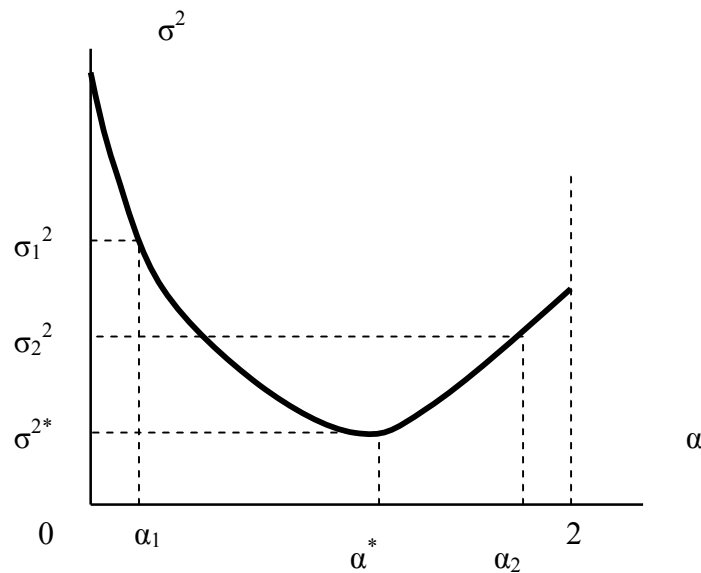


Рис. 3. Дисперсия ошибки ретропрогноза как функция от постоянной сглаживания

Таким образом, задача нахождения оптимального значения постоянной сглаживания сводится к элементарному поиску минимума этой функции. Решить эту задачу можно и простым перебором, поскольку значения

постоянной сглаживания ограничены, но грамотный специалист будет использовать для нахождения минимума неявно заданной функции один из численных методов. Следует указать на то, что чаще всего зависимость дисперсии ошибки ретропрогноза от значений постоянной сглаживания носит характер, изображённый на рис. 3. Однако встречаются ситуации, когда эта зависимость имеет один или несколько локальных минимумов (рис. 4). Такие ситуации крайне редки, но они могут встретиться на практике.

В такой ситуации прогнозист, использующий численный метод, может оказаться в сложной ситуации. Например, если задать  $\alpha=0,01$ , и постепенно увеличивая постоянную сглаживания от этого граничного значения, он может обнаружить локальный минимум, который на рис. 4 соответствует величине  $\alpha_1$ . Незначительное увеличение постоянной сглаживания в этой точке, как следует из рисунка, будет отражаться увеличением дисперсии ошибки ретропрогноза. Это может быть воспринято прогнозистом как сигнал о том, что найдено оптимальное значение постоянной сглаживания, хотя на самом деле обнаружен один из локальных минимумов.

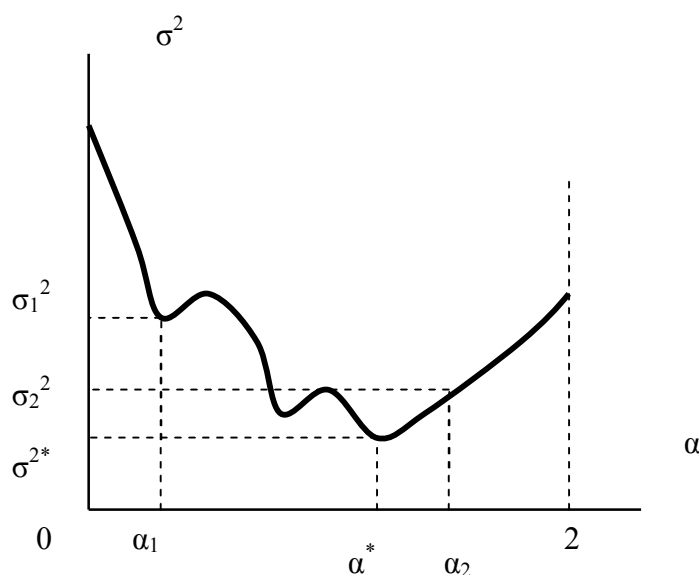


Рис. 4. Дисперсия ошибки ретропрогноза как функция от постоянной сглаживания с несколькими локальными минимумами

Поэтому рекомендуется поступать так. Изменяя величину постоянной сглаживания с шагом, равным  $0,1$ , можно вычислить соответствующие дисперсии ретропрогноза. Анализ этих дисперсий позволяет определить окрестности оптимальной точки и уже в этой окрестности, используя любой известный прогнозисту численный метод, можно найти оптимальное значение постоянной сглаживания.

На практике иногда встречаются ситуации, в которых минимум дисперсии получается при  $\alpha < 0$ , что противоречит условию (1.2.9). Обычно это происходит в случаях с процессами, имеющими случайный или

хаотический характер. В таких ситуациях исследователю стоит задать другое начальное расчётное значение  $\hat{Y}_0$  либо использовать для прогнозирования такого ряда вместо метода Брауна какой-нибудь иной.

Теперь рассмотрим, как влияет на выбор наилучшего значения постоянной сглаживания критерий выбора её оценки. Будем находить оптимальные значения постоянной сглаживания, используя два критерия:

1) минимум дисперсии ошибки аппроксимации:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2 \rightarrow \min, \quad (1.2.24)$$

2) минимум суммы абсолютных ошибок аппроксимации:

$$\sum_{t=1}^T |Y_t - \hat{Y}_t| \rightarrow \min. \quad (1.2.25)$$

Исследования показали, что на больших рядах оба критерия отбора дают примерно одинаковые результаты при поиске оптимального значения постоянной сглаживания<sup>6</sup>. Размер этой величины в зависимости от того, какой критерий выбран – (1.2.24) или (1.2.25), – изменяется на доли процентов. Поэтому проблема выбора критерия отбора в таком случае не стоит – можно выбрать любой из этих критериев, который прогнозист посчитает удобным для поиска оптимального значения  $\alpha$ . Конечно, нельзя утверждать, что оценки постоянной сглаживания, полученные с помощью (1.2.24) равны оценкам, полученным с помощью (1.2.25), поскольку это не так. Но в подавляющем большинстве случаев эти оценки настолько близки, что различие между ними является несущественным.

Но эта различие в выборе значений оптимальной постоянной сглаживания может оказаться весьма существенным при моделировании на малых выборках. В таком случае оптимальные значения постоянной сглаживания при разных критериях отбора получаются заметно отличными друг от друга. Так, например, если использовать указанные два критерия выбора оптимального значения постоянной сглаживания модели Брауна на данных индекса потребительских цен России с января 1998 года по ноябрь 2004 года (82 наблюдения), то первый критерий (1.2.24) даёт в качестве наилучшей оценки  $\alpha=0,01530$ , а второй критерий (1.2.25) даёт иную оценку -  $\alpha=0,2091$ . Это отличие сказывается и на результатах прогнозов, осуществляемых моделями с разными постоянными сглаживания.

Как уже было показано выше, в том случае, когда оптимальное значение постоянной сглаживания находится в классических пределах, модель адаптивна, а в том случае, когда оно находится в запредельном множестве, модель не только адаптивна, но и самообучаема. Это говорит о том, что оптимальное значение постоянной сглаживания определяется свойствами

---

<sup>6</sup> Светуных С.Г. О расширении границ применения метода Брауна // Известия Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов, 2002, № 3.

исходного ряда. Чем отличается ряд, для которого наилучшей является постоянная сглаживания, лежащая в классических пределах  $0 < \alpha < 1$  от другого ряда, для которого оптимальное значение постоянной сглаживания лежит в запредельном множестве  $1 \leq \alpha < 2$ ? Для ответа на этот вопрос проведём модельные эксперименты на условных примерах. Ниже приведена таблица результатов расчёта рядов, генерируемых различными моделями, имеющими тенденции различного рода<sup>7</sup>. Результаты расчётов приведены в табл. 1.1.

Из данных таблицы видно, что критерии отбора постоянной сглаживания отличаются незначительно, за исключением логарифмической функции, где разность между полученными значениями постоянной сглаживания составила 14%.

Обращает на себя внимание тот факт, что практически во всех случаях оптимальными значениями постоянных сглаживания являются значения, находящиеся в запредельном множестве от единицы до двух. Исключением является случай генерации сложного динамического ряда с помощью синусоиды, параболы и экспоненты. Графически эта сумма представляет собой невозрастающую и неубывающую совокупность значений, и поэтому оптимальные значения постоянных сглаживания лежат в классических пределах.

Табл. 1.1.

Оптимальные значения  $\alpha$  при различных критериях выбора для динамических рядов разного типа

Модель, с помощью которой генерировался динамический ряд	Оптимальное значение $\alpha$ для критерия (1.2.24)	Оптимальное значение $\alpha$ для критерия (1.2.25)
Линейный рост	1,54726149	1,55401141
Линейное убывание	1,54726149	1,55401145
Экспоненциальный рост	1,85473133	1,79867905
Синусоида (три периода)	1,49669408	1,54269965
Парабола второй степени (вогнутая)	1,47241314	1,47222224
Сумма синусоиды, параболы и экспоненты	0,27746361	0,23485528
Логарифмическая функция	1,27452774	1,45066021

Теперь можно сделать необходимые обобщения, касающиеся запредельного множества Брауна. Если в процессе оптимизации постоянная сглаживания лежит в классических пределах – от нуля до единицы, то модель

<sup>7</sup> Светуных С.Г., Бутуханов А.В., Светуных И.С. Запредельные случаи метода Брауна в экономическом прогнозировании. - СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2006.

Брауна может использоваться для прогнозирования достаточно эффективно. Если же оптимальное значение постоянной сглаживания оказалось находящимся в запредельном множестве, то это диагностирует ситуацию, когда средняя взвешенная в принципе не может использоваться в качестве хорошей оценки прогнозного значения моделируемого процесса. В этом случае возможно два варианта действий прогнозиста.

*Первый.* Процесс вышел за рамки простой динамики. У него появилась некоторая тенденция в развитии. Её математическое описание в наблюдаемый промежуток времени возможно с помощью одной из эконометрических моделей.

*Второй.* Процесс находится на грани между эволюционной и хаотической динамикой и его математическое описание невозможно с помощью какой-либо модели. Поэтому такой процесс лучше всего прогнозировать с помощью модели Брауна, работающей в запредельном множестве.

В случае если диагностируется первая причина, то модель, которая лучше всех описывает динамику прогнозируемого экономического процесса, берётся за основу и с её помощью применяется соответствующая модификация метода Брауна. Если динамика прогнозируемого процесса не может быть описана никакими сложными эконометрическими моделями, то альтернативы применению модели Брауна с этим запредельным значением постоянной сглаживания нет.

---