2.3. ПРОСТЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНДОВЫХ МОДЕЛЕЙ В ЭКОНОМИКЕ

Задачи прогнозирования в экономике начались с решения очень простых - прогнозирования тенденций развития. На практике её можно решить различными способами, как с привлечением методов математической статистики, так и без таковых. Несколько десятилетий назад, когда даже микрокалькуляторы не появились на свет, а доступ к вычислительным машинам был ограничен, практикующие экономисты широко использовали в своих расчетах методы конечных разностей, средних точек и др., которые были просты в вычислениях, но не очень точны в применении. Их точность существенно уступала методам математической статистики, поэтому с появлением в жизни и применением на практике вычислительных средств эти многочисленные приближенные методы отошли на задний план и в настоящее время не используются. Тем не менее, знание этих методов поможет понять генезис прогностики, а исторический метод, как известно, являясь одним из общенаучных методов исследований, позволяет получить исследователю, его применяющему, получить новую дополнительную информацию.

Рассмотрим один из таких приближенных методов - метод средних.

Сначала обратимся к его графической интерпретации. На рис. 2.3.1 представлена типичная ситуация как некоторый показатель Y_t изменяется во времени. Из рисунка видно, что эта тенденция вполне может быть описана линейным трендом, уравнение которого мы запишем так:

$$\hat{Y}_t = a_0 + a_1 t . \qquad (2.3.1)$$

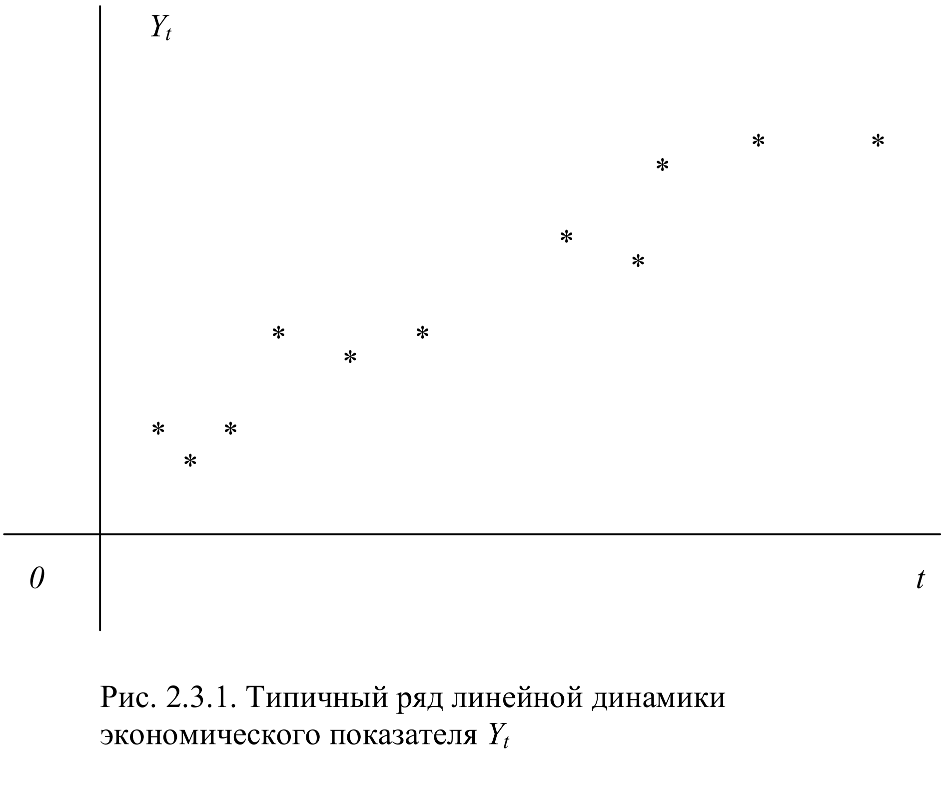

Рис. 2.3.1. Типичный ряд линейной динамики экономического показателя Y_t

Как известно из начального курса геометрии, через точку на плоскости можно провести множество различных прямых линий; через две точки, лежащие на плоскости, можно провести одну и только одну прямую линию, а вот если на плоскости лежит более, чем две точки, то провести через них прямую линию в общем случае нельзя. Исключением является ситуация, когда эти точки лежат на одной прямой, но такие ситуации в экономике не встречаются. Поэтому возникает задача – построить на плоскости рис. 2.3.1 прямую линию так, чтобы она наилучшим образом проходила через все точки или рядом с ними. Принципиально важным является ответ на вопрос: а какой способ построения прямой линии мы будем признавать как «наилучший»? Существует много ответов на этот вопрос и, следовательно, много способов построения таких линейных моделей.

Но в любом случае каким бы образом мы не находили значения коэффициентов модели, при нанесении её на график рис. 2.3.1, линия будет описывать исходные точки с некоторой ошибкой аппроксимации, которую мы будем обозначать как ε_t. Математически это запишется так:

$$Y_t = \hat{Y}_t + \varepsilon_t = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t . \qquad (2.3.2)$$

Теперь задачу можно переформулировать следующим образом. Нам надо так найти коэффициенты прогнозной модели, чтобы ошибка аппроксимации была бы минимальной.

Такая формулировка задачи становится уже более понятной и более формализуемой, но самой большой неприятностью и при такой постановке задачи является то, что мы должны построить прогнозную модель на множестве данных, и поэтому надо минимизировать не одну ошибку аппроксимации, а их множество, и надо найти такие коэффициенты модели, чтобы их ошибки аппроксимации на этом множестве были бы минимальны. Опять мы имеем пожелание, которое математически не формализуется, и под этот критерий подойдёт множество различных методов. Следовательно, необходимо данный критерий дополнить некоторыми условиями, которые позволяли бы из множества возможных методов выбрать наилучший. Подумаем над формулировкой этих дополнительных условий. Конечно, на практике бывают случаи, когда в качестве такого дополнительного условия выступает время расчётов. Так, например, если надо быстро построить модель, а под рукой нет даже калькулятора, то используются приближённые методы, а если есть время и возможность применения современной вычислительной техники, то можно использовать и самые сложные методы.

Метод средних как раз относится к первому случаю, когда он позволяет достаточно быстро и без привлечения особых вычислительных технологий получить довольно сносную прогнозную модель. Его суть заключается в следующем. Поскольку для нанесения на плоскость прямой линии достаточно знать параметры двух точек, которые лежат на этой прямой, то прогнозисту необходимо каким-то образом найти эти две точки и её координаты. Очевидно, что они в декартовой системе координат эти точки определяются координатами на осях этой плоскости. В рассматриваемом случае одной из координат будет выступать время t, а другой – значение показателя Y. Пусть, для определённости первая точка имеет координаты ($t1, Y1$), а вторая – координаты ($t2$, $Y2$). Множество наблюдений динамического ряда Y_t является дискретным и лежит в пределах $t=1, 2, 3, ..., T$.

Логично было бы предположить, что первая точка характеризует первую часть имеющегося множества наблюдений, а вторая точка – характеризует другую часть множества наблюдений. Поэтому разобьем имеющееся множество наблюдений на две части – первая, когда t=1, 2, 3, …, T/2, а вторая часть, когда t=T/2+1, T/2+2, T/2+3, …, T. Хорошей статистической характеристикой множества случайных наблюдений является средняя арифметическая, поэтому разумней всего рассматривать первую точку как среднюю арифметическую первой части множества, а вторую точку – как среднюю арифметическую второй части этого множества.

Найдём координаты первой точки.

Координата этой точки, откладываемая на оси времени t, будет найдена как средняя арифметическая отсчётов времени t в промежутке от $t=1$ до $t=T/2$:

$$t1 = \frac{1}{T/2}\sum_{t=1}^{T/2} t .$$

Если время отмечается через равные промежутки времени, то эту среднюю можно найти достаточно легко, поскольку мы имеем дело с натуральным рядом, сумма которого, как известно, находится по формуле:

$$S = \frac{n(n+1)}{2} .$$

С учётом этого, получим окончательно:

$$t1 = \frac{1}{T/2}\sum_{t=1}^{T/2} t = \frac{1}{T/2}\frac{T/2(T/2+1)}{2} = \frac{T/2+1}{2} = \frac{1}{4}(T+2) . \qquad (2.3.3)$$

Например, множество наблюдений состоит из 30 точек. Тогда координата первой точки, откладываемой по оси времени для первых пятнадцати отсчётов времени, будет равна:

(30+2)/4=8

Вторая координата первой точки, которая откладывается по оси Y, находится как средняя арифметическая первой части ряда данного показателя:

$$Y1 = \frac{1}{T/2}\sum_{t=1}^{T/2} Y_t . \qquad (2.3.4)$$

Аналогично найдём координаты второй точки. Средняя арифметическая для второй части временного ряда:

$$t2 = \frac{1}{T/2}\sum_{t=T/2+1}^{T} t$$

также может быть легко найдена с помощью формулы для расчёта суммы арифметической прогрессии:

$$t2 = \frac{1}{T/2}\sum_{t=T/2+1}^{T} t = \frac{1}{4}(3T+2) . \qquad (2.3.5)$$

Для рассмотренного примера с 30 наблюдениями средняя арифметическая второго участка наблюдений в промежутке от t=16 до t=30, будет равна:

(3*30+2)/4=23.

Координата этой точки на оси Y_t будет найдена как средняя арифметическая:

$$Y2 = \frac{1}{T/2}\sum_{t=T/2+1}^{T} Y_t\,. \qquad (2.3.6)$$

Так как через первую точку мы намерены провести прямую линию, что означает принадлежность точки прямой (рис. 2.3.2), то выполняется равенство:

$$Y1 = a_0 + a_1 t1\,.$$

Точно также выполняется равенство и для второй точки:

$$Y2 = a_0 + a_1 t2\,.$$

Объединяя, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными a_0 и a_1, которая с учётом (2.3.3), (2.3.4), (2.3.5) и (2.3.6) будет записана так:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{T/2}\sum\limits_{t=1}^{T/2} Y_t = a_0 + a_1\dfrac{1}{4}(T+2), \\ \dfrac{1}{T/2}\sum\limits_{t=T/2+1}^{T} Y_t = a_0 + a_1\dfrac{1}{4}(3T+2). \end{cases} \qquad (2.3.7)$$

Если от левой и правой частей второго уравнения данной системы отнять соответственно левые и правые части первого уравнения, то коэффициент a_0 сократится, откуда легко найти значения коэффициента пропорциональности a_1:

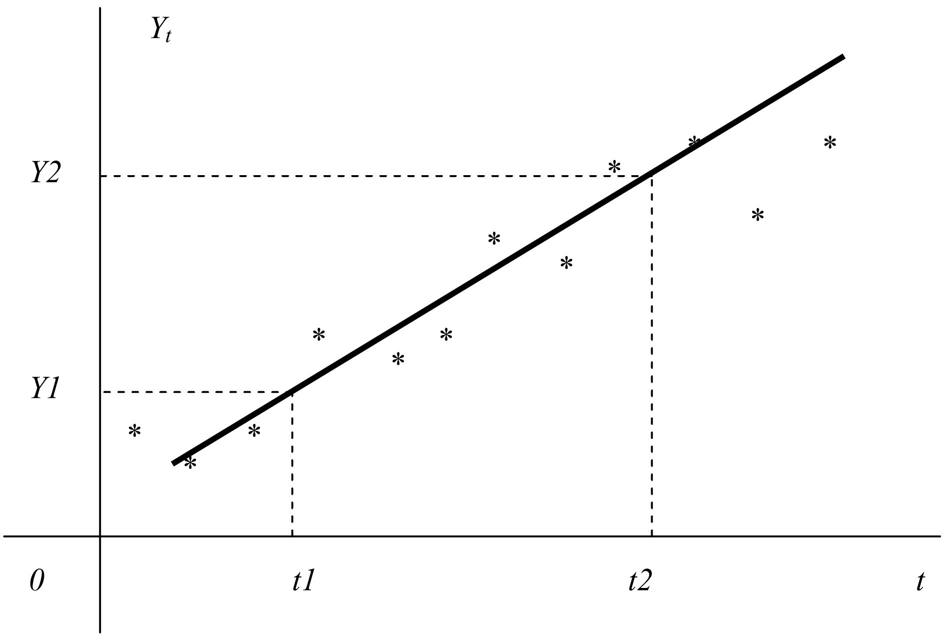

Рис. 2.3.2. Линейный тренд, проходящий через две средние точки

$$a_1 = \frac{\sum_{t=T/2+1}^{T} Y_t - \sum_{t=1}^{T/2} Y_t}{(T/2)^2} = \frac{\sum_{t=T/2+1}^{T} (Y_t - Y_{t-T/2})}{(T/2)^2}. \qquad (2.3.8)$$

Подставляя полученное значение в первое или второе уравнение системы (2.3.7) легко найти значения свободного коэффициента a_0 и тем самым найти приближённые параметры линейного тренда.

Данный способ может быть распространён и на нелинейные тренды. Логика метода средних в этом случае будет такова. Все точки имеющегося ряда значений Y_t разбиваются равномерно на число групп, численно равных числу n коэффициентов прогнозной модели a_i, $i=1,2,\ldots n$. Для каждой n-й группы находятся их средние арифметические. Подставляя эти средние в модель, можно получить последовательно столько равенств, сколько неизвестных коэффициентов у модели. Решая полученную систему, находят искомые значения параметров модели.

В том случае, когда число наблюдений T оказывается нечётным, а число коэффициентов чётно (например, когда линейный тренд оценивается на 37 наблюдениях), возникает проблема разбиения исходных рядов значений Y_t и t_t на чётное число частей, которые не будут равны друг другу по численности членов ряда. При этом можно предложить различное множество способов разбиения точек имеющегося ряда на неравные группы. В результате будет получено несколько моделей, отличающихся друг от друга как точностью аппроксимации, так и качеством прогнозных свойств. Кроме этого недостатка, можно в качестве другого отметить то, что метод пригоден только для очень простых приближённых расчётов. К тому же, полученные оценки будут обладать не очень хорошими статистическими характеристиками: значения коэффициентов модели будут смещены, а сама модель статистические не состоятельна и не эффективна.

Однако сам принцип оценивания прогнозных моделей, при котором не используется априорный подход, предусматривающий обязательное предположение о наличии того или иного закона распределения вероятностей, следует признать перспективным, особенно для прогнозирования нестационарных процессов. Под априорным подходом понимается подход, когда первоначально задаются некоторыми предположениями о сути изучаемого явления для того, чтобы облегчить процесс анализа и построения прогнозных моделей. При этом априорные предположения высказывают, основываясь не на результатах эмпирических исследований, а на экспертных оценках или логику метода аналогий.