7.1. Прогнозирование в маркетинговых исследованиях

Поскольку маркетинговая информация предназначена для разработки маркетинговых решений, она должна быть нацелена на перспективу. В очень немногих случаях маркетолог сталкивается с ситуацией, когда изучаемые закономерности остаются неизменными во времени. Чаще всего все они подвержены изменению, поэтому приходится прогнозировать это изменение, чтобы к моменту реализации маркетингового решения заранее быть готовым к возможным изменениям. Прогнозирование нацелено на поиск оптимальных тенденций развития фирмы в условиях постоянного изменения факторов внешней и внутренней среды, поиска рациональных маркетинговых мероприятий по поддержке устойчивости ее экономического поведения. Сфера применения методов прогнозирования в маркетинговых системах достаточно широка. Они используются для анализа и разработки концепций развития всех субъектов маркетинговой системы, например, для исследования конъюнктуры рынков, в системе прогнозирования цен, новых продуктов и технологий, поведения покупателей на рынке.

В качестве инструментария при прогнозировании используется система методов, с помощью которых анализируются причинно-следственные параметры прошлых тенденций в деятельности предприятия и по результатам анализа формируются изменения в перспективе социально-экономического развития фирмы.

Применение формализованных методов для прогнозирования сбыта продукции и рынков позволяет дать количественную характеристику связям между отдельными элементами и факторами окружающей среды и оценить их на состояние и динамику рынка; осуществлять альтернативный анализ полученных результатов прогнозирования.

Некоторое время существовало достаточно устойчивое мнение о том, что можно выделить прогностику в отдельную научную дисциплину о закономерностях разработки прогнозов любых систем и явлений, так как этапы разработки прогнозов любых явлений действительно одинаковы. Однако своеобразие каждого явления окружающей нас действительности столь велико, что зачастую даже косвенные параллели неуместны, не говоря уже о том чтобы использовать одну и ту же методологию прогнозирования на все случаи жизни.

Отголоски этого подхода на практике встречаются достаточно часто, когда, например, физики или математики берутся за прогнозирование экономики, используя чрезвычайно сложные математические модели, прекрасно зарекомендовавшие себя при использовании в физических задачах или задачах технической кибернетики. Однако, реальный экономический эффект от этих попыток крайне незначителен - для того, чтобы суметь правильно спрогнозировать какое-либо явление, необходимо, в первую очередь, знать присущие этому явлению глубинные свойства, и выявить закономерности его развития. Естественно, что это может сделать только специалист, разбирающийся в вопросах прогнозируемого явления - опыт и интуиция помогают ему чаще обойти «подводные камни», которые не видит человек, не знакомый с сутью явления.

При этом, однако, возникает опасность другого рода – экономисты, как правило, не очень хорошо вооружены знаниями в области того математического аппарата, который используется в прогнозировании. Поэтому ими часто применяются методологически несовместимые для прогнозирования экономики математические методы и поэтому они получают прогнозы с существенными ошибками инструментария, об опасности появления которых говорилось в предыдущей главе.

Множество методов прогнозирования чаще всего делится на две большие группы методов - фактографические и экспертные.
К фактографическим методам относят те методы прогнозирования, которые основаны на обработке объективных данных о прогнозируемом объекте. К экспертным относят методы, базирующиеся на интуитивной информации специалистов.

Давно уже доказано, что применение фактографических методов более эффективно, чем применение экспертных методов. Поэтому экспертные методы применяют лишь в том случае, когда фактографические методы использовать невозможно. В основном это касается прогнозов качественного состояния той или иной системы, того или иного явления.

Таким образом, почти в 90 случаях из 100 используются фактографические методы. Сами фактографические методы также неоднородны. Их можно представить в виде следующих групп методов[1]:

- экстраполяционные методы,
- системно-структурные,
- методы опережающей информации.

К экстраполяционным методам прогнозирования относят те из них, которые основаны на принципе переноса в будущее тенденций, действовавших в прошлом и настоящем.

[1] Рабочая книга по прогнозированию /Редкол.: И.В.Бестужев-Лада (отв.ред.) - М.: Мысль, 1982. - 430 с.

В группу системно-структурных методов относят методы функционально-иерархического моделирования, морфологического анализа, матричный метод, принципы сетевого моделирования и другие методы, которые отличаются широтой охвата и необходимостью учета всех факторов и возможных вариантов. При этом делаются попытки очень подробного изучения явления с позиций системного подхода.

Методы опережающей информации включают в себя методы анализа потоков публикаций, патентной информации, изобретений.

Иногда в отдельную группу выделяют так называемые ассоциативные методы, подразумевая под ними методы имитационного моделирования и историко-логического анализа. Однако такое выделение противопоставляет эти методы методам экстраполяции, а это совершенно не верно. Дело в том, что методы имитационного моделирования в прогнозировании экстраполируют если не сами выявленные тенденции, то обнаруженные и описанные математически структурные взаимосвязи, предполагая, что они не претерпят в будущем особых изменений или эти изменения будут развиваться известным образом. То есть, по сути, они являются экстраполяционными. То же самое можно сказать и по поводу методов историко-логического анализа, которые исходят из продолжения в будущее тенденций, которые уже однажды проявили себя или в прошлом, или в аналогичных процессах.

Многообразие методов прогнозирования (а их число отдельные авторы называют в пределах от 150 до 200), вызвано:

- многообразием условий, в которых функционируют объекты прогнозирования,
- своеобразием каждого из этих объектов и значительным отличием их друг от друга.

Как следствие этого, эффективность применения каждого метода прогнозирования зависит от того, насколько прогнозируемый объект похож на тот, на котором он был отработан. Так как практически все объекты прогнозирования своеобразны, и бесконечно много отличительных особенностей для каждого из них, всего 200 методов прогнозирования - это очень мало.

Сформулируем ряд основных понятий прогностики.

Прогноз. Несмотря на очевидную смысловую и логическую простоту данного слова, его четкое научное определение - не самая легкая задача. В подавляющем большинстве случаев в тех или иных модификациях встречается определение, сформулированное таким образом.

Прогноз - это *вероятностное* суждение о состоянии какого-либо объекта (процесса или явления) в определенный момент времени в будущем и (или) альтернативных путях достижения каких-либо результатов. Или: экономический прогноз - это некоторая гипотеза, некоторая *вероятностная* оценка протекания экономического процесса в будущем.

О вероятностном характере прогнозов долгое время говорили практически все отечественные и иностранные прогнозисты. И только в последние годы пришло понимание того, что использование при определении прогноза указания на его вероятностный характер ограничивает совокупность применяемых при этом методов прогнозирования, так как в данных определениях понимание термина «вероятности» дается скорее в обыденном смысле, а не в строго научном. Фраза типа: «одна акция, вероятно, будет стоить тысячу рублей», говорит о том, что «одна тысяча рублей» является тем ориентиром будущего, на который следует равняться - она наиболее правдоподобна. Конечно же, возможны отклонения от этой цифры и она скорее всего является серединой интервала неопределенности. С позиций же теории вероятностей употребление слова «вероятность» однозначно свидетельствует о том, что цифра «тысяча рублей» есть математическое ожидание прогнозируемого явления, а, значит, может быть рассчитана вероятность ее появления, дисперсия и т.п. - то есть практически места для неопределенности не остается!

Но неопределенность объективно возникает при прогнозировании социально-экономической динамики, так как она протекает в условиях нестационарности. Зачастую на практике удается в лучшем случае дать лишь граничные значения прогнозируемого явления без указания каких-либо вероятностных оценок. Поэтому более правильным является следующее определение:

Прогноз - научно обоснованное суждение о возможных состояниях объекта в будущем и (или) об альтернативных путях и сроках их осуществления.

Очевидно, что не каждое суждение о будущем в соответствии с данным определением будет являться прогнозом, а только то, которое является научно обоснованным. С учетом того, что научная мысль не стоит на месте и непрерывно развивается, критерии научной обоснованности тех или иных методов и подходов непрерывно усложняются. В шестидесятых годах двадцатого века в нашей стране научно обоснованными инструментами прогнозирования были тренды, оцененные с помощью МНК, в семидесятые годы - многофакторные регрессионные модели, в восьмидесятые годы - имитационные динамические модели...

Это значит, что научная обоснованность прогноза - явление динамическое, подверженное непрерывной количественной и качественной ревизии на предмет соответствия с существующими на настоящий момент последними достижениями научной мысли.

Прогнозирование - это процесс разработки прогноза. Прогнозирование состоит из ряда взаимосвязанных этапов, на каждом из которых решаются совершенно оригинальные задачи с помощью присущей только этому этапу совокупности методов и подходов. В целом прогнозирование может быть представлено в качестве некоторой системы подходов и методов, используемых для достижения наиболее точного прогноза.

Период упреждения прогноза - это тот промежуток времени, на который разрабатывается прогноз. Иногда на практике употребляют для обозначения периода упреждения другие обороты - время упреждения, период прогнозирования, срок прогнозирования, дальность прогноза и т.п. Период прогнозирования является одним из классификационных признаков, по которому можно осуществить группировку прогнозов.

Любой прогноз основан на изучении некоторого прошлого множества наблюдений. Этот промежуток времени, на основании которого строится прогноз, получил название *периода основания прогноза.*

Любой прогноз обладает присущими ему характеристиками. Такими характеристиками являются:

- точность *прогноза* - оценка доверительного интервала прогноза для определенной доверительной вероятности его осуществления (в том случае, когда прогноз имеет вероятностный характер),

- *достоверность прогноза* - оценка вероятности осуществления прогноза для заданного доверительного интервала (в том случае, когда прогноз имеет вероятностный характер),

- *ошибка прогноза* - фактическая величина отклонения прогноза от действительного состояния объекта прогнозирования.

В том случае, когда вероятностные оценки прогноза не могут быть даны, точность прогноза и его достоверность определяются качественными, а не количественными характеристиками или задаются границами без указания вероятности попадания прогнозируемой величины в эти границы.

Для получения прогноза в процессе прогнозирования может быть использовано множество методов, каждый из которых имеет свои, присущие только ему особенности.

При этом следует исходить из ряда обязательных принципов анализа:

- принцип системности, который предполагает комплексное изучение объекта с позиций единой системы взаимосвязей явлений и факторов, составляющих его прогнозный фон,

- принцип природной специфичности, который требует тщательного изучения особенностей объекта прогнозирования, которые делают его отличным от других объектов. Именно выявление этих особенностей позволяет избежать ошибки инструментария, когда используемый прогнозный аппарат оказывается непригодным для данного объекта из-за присущих ему специфичных свойств,

- принцип оптимальности затрат (оптимизации описания объекта прогнозирования), состоящий в естественном желании провести анализ, да и осуществить прогноз с минимальными затратами трудовых и материальных ресурсов.

Сказанное выше, еще раз подтверждает мысль о том, что прогнозированием должны заниматься специалисты в той области знаний, которая характерна для объекта прогноза. Безусловен тот факт, что применение той или иной группы методов зависит не только от того, какую информацию приходится использовать при прогнозировании, но ещё и от того, каков период упреждения прогноза.

Существует несколько видов прогнозов в зависимости от периода упреждения: оперативные, текущие, краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные и дальнесрочные. Однако методология прогнозирования предусматривает подходы по трём принципиальным группам прогнозирования - краткосрочное, среднесрочное и долгосрочное прогнозирование.

В первую группу методологически оправдано отнести оперативные, текущие и краткосрочные прогнозы. Они основаны на прогнозировании на очень малый промежуток времени, в основном на учёт и прогнозирование действия случайных факторов. При этом период упреждения, как правило, равен одному шагу наблюдения - если наблюдения осуществляются ежечасно, то прогноз делается на час, если наблюдения осуществляются за каждые сутки, то прогноз делается на сутки вперед и т.п.

Ко второй группе прогнозов можно отнести среднесрочное прогнозирование, при котором осуществляется изучение, анализ и прогнозирование, как случайных факторов, так и тенденций развития основных, определяющих факторов.

К третьей группе следует отнести долгосрочные и дальнесрочные прогнозы, когда прогнозируются не только детерминированные и случайные, но и неопределённые факторы.

Считается, что по признаку того, что является содержанием прогноза, виды прогнозов делятся на поисковые и нормативные.

Поисковый прогноз - это прогноз, содержанием которого является определение возможных состояний объекта прогнозирования в будущем. Примером неудачного поискового прогноза является прогноз, сделанный в конце 50-х годов руководителем бывшего СССР Н.С.Хрущева о том, что к 1980 году в СССР будет построен коммунизм.

Нормативный прогноз - это прогноз, содержанием которого является определение путей и сроков достижения возможных состояний объекта прогнозирования в будущем, принимаемых в качестве цели. Тот же самый случай с наступлением коммунизма в нашей стране в рамках нормативного прогноза мог быть сформулирован Н.С.Хрущевым другим образом, а именно - что необходимо сделать с народным хозяйством страны и в какие сроки, чтобы к 1980 году был построен в СССР коммунизм?

Очевидно, что нормативный прогноз более тесно связан с оптимальным планированием, чем поисковый. Хотя такое противопоставление и не совсем корректно - поисковые прогнозы осуществляются в тех случаях, когда объект прогноза не поддается воздействию со стороны субъекта прогнозирования, а объект нормативного прогноза вполне управляем.

Иногда выделяют условные и безусловные прогнозы.

Условный прогноз - прогноз, который осуществляется, исходя из постановки задачи, структура которой может быть выражена условием: «Если *A* примет значение *A1*, то *B* примет значение *B1*». То есть, такой прогноз позволяет выяснить возможные состояния объекта при тех или иных условиях.

Безусловный прогноз - прогноз, который определяет будущее объекта без учета каких-либо условий, например: «*B* примет значение *B1*». Впрочем, можно согласиться с мнением о том, что безусловный прогноз - это разновидность условного прогноза - его действительно можно сформулировать следующим образом: «Если ничего не будет меняться, то *B* примет значение *B1*».

7.2. Методы и модели краткосрочного прогнозирования стационарных процессов

Классифицировать методы краткосрочного прогнозирования можно в зависимости от характера динамики анализируемых процессов. Динамика социально-экономических процессов может быть стационарной и нестационарной. Для целей выбора метода прогнозирования эта классификация развивается, и в результате этого выделяются четыре типа динамики[1]:

1. Простые стационарные процессы,
2. Динамические стационарные процессы,
3. Эволюционные процессы,
4. Хаотические процессы.

Простые стационарные процессы характеризуются отсутствием ярко выраженной динамики к росту или падению. Для их прогнозирования могут широко использоваться методы теории вероятностей и математической статистики.

Динамические стационарные процессы несколько более сложны для прогнозирования, чем простые процессы, так как они имеют ярко выраженную динамику. Эта динамика не является известной, поэтому для целей краткосрочного прогнозирования таких процессов следует использовать аппарат регрессионного анализа.

Эволюционные процессы еще более сложны для прогнозирования, так как претерпевают не только количественные, но и качественные изменения. В этом случае используются адаптивные методы.

Хаотические процессы малоинерционные и поэтому их прогнозировать чрезвычайно сложно. Здесь уместен аппарат теории ошибок и теории катастроф, которые часто объединяют в теорию хаоса.

При прогнозировании простых стационарных процессов высказывается предположение о том, что временные ряды, которые являются отражением информации о процессе, следует рассматривать как генерируемые последовательностью независимых импульсов Y_t. Эти импульсы представляют собой реализацию случайных величин с фиксированным распределением, которое в большинстве случаев считается нормальным с некоторым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Это предположение действительно имеет место в многочисленных примерах и практических задачах. Объяснить его достаточно просто - в общем случае случайных факторов, воздействующих на исследуемые ряды, достаточно много для того, чтобы проявились условия выполнения центральной предельной теоремы.

Последовательность таких случайных величин $Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots$ является реализацией простого стационарного (строго стационарного) процесса. Его основными характеристиками будут служить математическое ожидание и дисперсия.

[1] Светуньков С.Г. Прогнозирование экономической конъюнктуры в маркетинговых исследованиях. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1997. – 106 с.

Естественно, что маркетологу приходится работать не со всей совокупностью наблюдений, а с некоторой выборкой. Для выборочных значений статистических данных невозможно выявить истинные значения математического ожидания и его дисперсии, однако их выборочные значения найти достаточно просто.

Лучшей оценкой математического ожидания в данном случае будет являться средняя арифметическая:

$$\overline{Y} = \sum_{t=1}^{N} Y_t \,, \quad (7.2.1)$$

а дисперсию данного стохастического процесса можно оценить с помощью выборочной дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} (Y_t - \overline{Y})^2 \,. \quad (7.2.2)$$

Зная эти значения, легко выполнить прогноз.

Действительно, для простого стационарного процесса лучшим прогнозом будет его математическое ожидание *М(У)*, а при его отсутствии - оценка математического ожидания (средняя арифметическая). С учетом того, что определенное с помощью формулы (7.2.1) среднее - это выборочное значение, следует говорить о том, что истинное значение математического ожидания находится в некотором интервале, который определяется следующим образом:

$$\overline{Y} - t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{T}} < Y < \overline{Y} + t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \,. \quad (7.2.3)$$

Здесь t_a - значение *t*-статистики Стьюдента при заданном уровне доверительной вероятности и числе наблюдений *T*.

t-статистика Стьюдента используется в том случае, когда число наблюдений относительно невелико - не больше нескольких десятков, что и встречается чаще всего при краткосрочном прогнозировании в маркетинговых исследованиях.

С учетом того, что с увеличением числа наблюдений *T* значение t_a уменьшается, а дисперсия стремится к своему фактическому значению, основной путь повышения точности прогноза и снижения доверительных границ в данном случае - увеличение числа наблюдений.

Если теперь раскрыть знак суммы в условии (7.2.1), можно получить следующую интересную форму записи, открывающую некоторые другие возможности для выполнения краткосрочного прогноза:

$$\overline{Y} = \frac{1}{N}Y_N + \frac{1}{N}Y_{N-1} + \frac{1}{N}Y_{N-2} + ... + \frac{1}{N}Y_t + ... \frac{1}{N}Y_1$$

или

$$\overline{Y} = v_N Y_N + v_{N-1} Y_{N-1} + v_{N-2} Y_{N-2} + ... + v_t Y_t + ... v_1 Y_1 . \qquad (7.2.4)$$

Как легко убедиться из полученного выражения, каждый из членов наблюдаемого ряда умножается на некоторый вес v_t, причем обязательно выполняется равенство:

$$v_0 + v_1 + ... + v_t ... + v_T = 1. \qquad (7.2.5)$$

В данном случае прогнозирования нормально распределенного процесса все веса одинаковы и равны друг другу:

$$v_0 = v_1 = v_2 = ... = v_t = 1/T.$$

Достаточно часто на практике встречаются стационарные процессы, каждое настоящее значение Y_t которых определяется предыдущими, накопленными ранее значениями Y_{t-1}, Y_{t-2} и т.д. То есть, имеет место авторегрессия, формально описываемая следующей формулой:

$$Y'_t = v_0 + v_1 Y_1 + v_2 Y_2 + ... \qquad (7.2.6)$$

К таким процессам можно отнести и динамику множества факторов, имеющих явно выраженный циклический характер. А так как многие показатели конъюнктуры рынка имеют именно цикличный характер динамики, то подобные модели могут достаточно широко использоваться в практике прогнозирования в маркетинговых исследованиях.

Для того чтобы определить насколько процесс может быть описан авторегрессионой моделью (7.2.6), осуществляют расчет коэффициентов автокорреляции, для чего в формулу для расчета коэффициента парной корреляции (6.1.8) последовательно подставляют попарно сравниваемые значения показателя Y в момент t и показатели этого же процесса Y, но сдвинутые во времени на некоторый шаг τ, то есть $Y_{t-\tau}$:

$$r_\tau = \frac{\sum_{t=\tau+1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_\tau)(Y_{t-\tau} - \overline{Y}^\tau)}{\sqrt{\sum_{t=\tau+1}^{T}(Y_t - \overline{Y}_\tau)^2 \sum_{t=\tau+1}^{T}(Y_{t-\tau} - \overline{Y}^\tau)^2}}, \qquad (7.2.7)$$

где

$$\overline{Y}_\tau = \frac{1}{T-\tau}\sum_{t=\tau+1}^{T} Y_t,$$

$$\overline{Y}_\tau = \frac{1}{T-\tau}\sum_{t=1}^{T-\tau} Y_t$$

Таким образом, в качестве двух случайных переменных, между которыми выявляется корреляция, выступают исходный ряд значений Y_t и ряд $Y_{t-\tau}$. Сам шаг τ изменяется от единицы до некоторого значения τ_M. Поэтому в распоряжении прогнозиста находится некоторая зависимость коэффициента парной корреляции r от шага τ:

$$r = f(\tau)$$

Эту зависимость называют автокорреляционной функцией.

Анализ этой функции дает маркетологу очень много ценной информации для выявления особенностей изучаемого процесса, периодичности некоторых явлений, их цикличности и сезонности. Конечно же, максимальные значения самой функции могут изменяться лишь в пределах от минус единицы до плюс единицы, а максимальное число сдвигов τ_M не должно быть близким к числу наблюдений показателей $\tau_M < T$.

Если при некотором сдвиге τ коэффициент автокорреляции по модулю окажется наивысшим и не менее, чем 0.8, то говорят о наличии зависимости между значениями самого ряда, или лага - сдвига во времени. Чаще всего зависимость коэффициента парной корреляции r от шага τ анализируют графически. Этот график обычно называют коррелограммой. Если, например, оказалось, что коррелограмма для ряда $\{Y_t\}$ имеет два максимальных по модулю значения, а именно: $r_5 = 0,87$ и $r_7 = -0,91$, то исследователь имеет все основания для построения такой авторегрессионной модели:

$$\hat{Y}_t = a_0 + a_1 Y_{t-5} - a_2 Y_{t-7}$$

Для нахождения коэффициентов модели авторегрессии используются соответствующие разделы математической статистики, в большинстве случаев для этого используется МНК. После определения численных значений этих коэффициентов, осуществляется расчет дисперсии (7.2.2).

Полученное прогнозное значение является основанием для определения доверительных границ, в которых будет находится фактическое значение. Для этого следует вновь воспользоваться формулой (7.2.3).

Другой способ анализа стационарных рядов основан на предположении, что он образован гармоническими функциями - синусоидами и косинусоидами с разными частотами и амплитудами. В этом случае используется спектральный анализ. Его суть такова.

Известно, что любую функцию *У(X) = f(X)* можно разложить в ряды Фурье:

$$F(X) = A_0 + \sum_{n=1}^{N} (A_n \cos(nX) + B_n \sin(nX)), \quad (7.2.8)$$

где A_0, A_n и B_n - некоторые коэффициенты,

n - номер гармоники.

Коэффициенты ряда Фурье можно достаточно просто найти по имеющимся статистическим данным с помощью различных методов, в том числе и с помощью МНК. В дальнейшем полученную модель можно использовать точно также, как и предыдущие модели и подходы в целях краткосрочного прогнозирования.

Очень часто в практике прогнозирования экономических показателей используют *процесс скользящего среднего*. С учетом того, что он отличается от приведенных выше алгоритмов, но при этом является их логическим развитием, его следует разобрать более подробно, тем более, что его методологические основы в большей степени соответствуют именно эволюционному характеру динамики, чем простому стационарному или динамическому стационарному. Формально эта модель также описывается моделью (7.2.4) и сумма весов наблюдений также как и в случае стационарных процессов равна в соответствии с (7.2.5) единице. Но принципиальным отличием скользящей средней является то, что она учитывает ограниченное число наблюдений τ, которое не меняется ни с течением времени, ни с увеличением числа наблюдений:

$$\overline{Y}_t = v_t Y_t + v_{t-1} Y_{t-1} + v_{t-2} Y_{t-2} + \ldots + v_{t-\tau} Y_{t-\tau}. \quad (7.2.9)$$

То есть данная средняя усредняет одно и то же количество наблюдений. При появлении нового наблюдения *(t+1)*, например, скользящая средняя (7.2.9) будет иметь вид:

$$\overline{Y}_{t+1} = v_t Y_{t+1} + v_{t-1} Y_t + v_{t-2} Y_{t-1} + \ldots + v_{t-\tau} Y_{t-\tau+1}.$$

При появлении следующего наблюдения *(t+2)* скользящая средняя будет иметь другой вид:

$$\overline{Y}_{t+2} = v_t Y_{t+2} + v_{t-1} Y_{t+1} + v_{t-2} Y_t + \ldots + v_{t-\tau} Y_{t-\tau+2}.$$

По сути, исследователь имеет семейство расчетных величин $\overline{Y}_t$, которые зависят от наблюдения t, то есть, некоторый динамический ряд средних значений $\overline{Y}_t$. С учетом того, что данная средняя как бы "скользит" вдоль исходного статистического ряда, она и получила название "скользящей средней".

Самый простой случай скользящей средней - когда веса наблюдений в ней равны друг другу. На первый взгляд при этом особой разницы между записью (7.2.4) и (7.2.9) нет. Однако это не так.

Первая сумма (7.2.4) представляет собой сумму, свойства которой только улучшаются с увеличением числа наблюдений. Именно поэтому говорят о достаточности или недостаточности выборки наблюдаемых значений. В случае (7.2.9) имеется принципиально иная ситуация. Здесь для оценки скользящей средней необходимо только τ наблюдений - ни больше, ни меньше. Любое увеличение числа наблюдений в условии (7.2.9) приведет к искажению результатов, а их уменьшение приведет к недостаточности данных для адекватного отражения прогнозируемого процесса. Очевидно, что это может быть в том случае, когда число значений совокупности наблюдений ограничено именно числом данных, равным τ. Дополнительные члены, не входящие в данное число, характеризуют другую совокупность с другими характеристиками. Иначе говоря, метод скользящей средней исходит из предположения о том, что ряд наблюдений представляет собой некоторую реализацию неоднородного процесса, который является однородным лишь на промежутке времени, равном τ.

Скользящие средние имеют смысл только в том случае, когда со сдвигом самой средней, ею учитываются принципиально новые характеристики процесса, когда при одном и том же фиксированном сдвиге наблюдений $\tau +1$ их характеристики значительно меняются, то есть они не являются инвариантными относительно временных сдвигов.

Итак, скользящие средние, в соответствии с присущими им особенностями, могут являться одним из основных инструментов краткосрочного прогнозирования эволюционных составляющих экономической конъюнктуры, анализ которой является важнейшей частью маркетинговых исследований.

Для успешного применения на практике методов скользящей средней необходимо в первую очередь решить вопрос о периоде усреднения τ. Действительно, если для любых стационарных процессов относительно периода наблюдений действует главное правило - чем больше наблюдений, тем лучше, то в данном случае необходимо искать другие подходы. Очевидно, что период усреднения напрямую зависит от того периода наблюдений, когда они пусть и весьма условно, но могут все же считаться более или менее стационарными. Он, безусловно, определяется инерционностью процесса. К сожалению общепризнанной методики определения инерционности процесса наука пока не дала. Поэтому ответ на поставленный вопрос может быть только таким - для определения оптимального значения τ следует или использовать экспертные оценки, или осуществить целенаправленный перебор различных величин периода усреднения и выбрать наилучшую из них по одному из критериев отбора (минимум дисперсии, минимум ошибки ретропрогноза и т.п.).

После выбора периода усреднения можно получить краткосрочный прогноз показателя Y_{t+1} в момент времени t - его лучшей оценкой будет являться текущая скользящая средняя $\overline{Y}_t$.

На практике, однако, скользящую среднюю используют не очень часто. Основной причиной этого является именно то обстоятельство, что нестационарность процесса проявляется не столько в том, что процесс однороден в определенные равные промежутки времени, сколько в том, что он неоднороден и внутри этих промежутков. То есть, простая скользящая средняя становится мало приемлемой. При этом следует задавать различные веса и внутри отрезков, определяемых периодом сглаживания. Таким образом, более корректны и чаще применимы на практике, скользящие взвешенные средние.

Простым примером такой скользящей взвешенной средней является модель:

$$\overline{Y}_t = \frac{Y_t + 2Y_{t-1} + Y_{t-2}}{4}. \qquad (7.2.10)$$

Как легко убедиться из приведенной формулы, сумма весов всех наблюдений, используемых для вычисления этой средней равна единице - $1/4+2/4+1/4=1$. То есть выполняется основное условие существования средней.

В статистической практике существует множество различных взвешенных средних - все они отличаются правилом задания весов[1]. Существенный недостаток всех этих скользящих средних заключается в том, что указанные правила практически никак не связаны со свойствами исследуемого процесса. Их чрезвычайно красивые и стройные формулы беспомощны при попытках их практического использования в прогнозировании в рядах, имеющих различную структуру и свойства динамики. Именно поэтому скользящие взвешенные средние, построенные подобным образом, используются в основном для целей "сглаживания" наблюдений, выявления общей тенденции, которая может быть скрыта в нестационарной динамике процесса.

В то же время нельзя не отметить следующее принципиальное обстоятельство. В зависимости от способа задания весов наблюдений, подвергаемых усреднению, рассчитываемая скользящая средняя будет иметь различные значения, а, значит, и различную степень сглаживания - а это очень важно, поскольку появляется возможность отбора наилучшего значения. При использовании скользящих средних в качестве сглаживающих функций возникает ряд проблем методического плана. Приведем лишь одну из них в качестве примера.

Формула (7.2.10) характеризует скользящую среднюю, период усреднения которой равен трем. При этом в формулу подставляются три следующих друг за другом наблюдения. Причем сама средняя $\overline{Y}_t$ определяется в зависимости от наблюдений в моменты времени *t, t-1* и *t-2*. Но возможна и другая форма записи, учитывающая значения трёх последовательных членов динамического ряда, а именно:

$$\overline{Y}_t = \frac{Y_{t+1} + 2Y_t + Y_{t-1}}{4}. \qquad (7.2.11)$$

И если формула (7.2.10) в большей степени подходила для прогнозирования, то новая формула больше подходит для сглаживания - текущий момент наблюдения *t* является своеобразной середи-

[1] Венецкий И.Г., Венецкая В.И. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе: Справочник. - М.: Статистика, 1979. - 447 с.

ной вычисляемого значения. Но для прогнозирования она не пригодна - не известно значение Y_{t+1} - оно и является прогнозируемой величиной.

В то же время и первая, и вторая формулы не дают возможности рассчитывать первую среднюю для t=1, потому что она должна рассчитываться с учетом предыдущих наблюдений, которых до данного начального момента наблюдений не было. Последняя проблема еще более обостряется при использовании скользящих средних со значительной базой усреднения - происходит некоторая потеря информации, которая иногда при работе с малыми рядами может иметь очень неприятные последствия.

7.3. Методы и модели краткосрочного прогнозирования нестационарных процессов

Говоря о возможности использования скользящих средних в краткосрочном прогнозировании, следует отметить, что некоторые наблюдения для задачи прогнозирования являются более важными, чем другие. Как правило, такими наблюдениями являются те, которые ближе к настоящему и менее важны те из них, которые удаляются в прошлое. Это условие выполняется в первую очередь для процессов эволюционной динамики. Поэтому при учете таких наблюдений при краткосрочном прогнозировании, они должны иметь не только разный вес v_t, но и систему предпочтений этих весов, когда веса уменьшаются с убыванием наблюдений в прошлое:

$$v_t > v_{t-1} > v_{t-2} > ... > v_1. \quad (7.3.1)$$

В том случае, когда какой-нибудь алгоритм вычислений в большей степени учитывает текущие наблюдения, чем прошлые и в процессе использования меняет свою структуру под воздействием новой информации, его называют адаптивным, а сам процесс расчета параметров или управляющих воздействий - адаптацией[1].

Так как текущие данные имеют в случае краткосрочного прогнозирования эволюционных составляющих большее значение для исследователя, чем более ранние наблюдения, очевидно, что их веса должны удовлетворять условию (7.3.1). Однако при этом необ-

[1] Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. - М.: Статистика, 1979. - 254 с.

ходимо помнить, что сумма весов должна быть равна единице. Можно вспомнить из математики огромное количество рядов, чья сумма будет равна единице, а каждый вес будет убывать с убыванием наблюдений в прошлое. В принципе любой сходящийся ряд можно преобразовать так, чтобы его сумма была равна единице. Однако, вполне естественно, что подобные преобразования вовсе не должны быть только теоретической демонстрацией возможностей применения, а исходить именно из практических требований к задаче применения таких преобразований в широкой практике краткосрочного прогнозирования маркетинговой информации. При такой постановке задачи всё множество возможных вариантов резко сужается до небольшого спектра практически применимых методов.

С учетом того, что и к этому спектру возможных способов необходимо предъявить требование наибольшей гибкости в применении, так как особенности каждого конкретного эволюционного процесса чрезвычайно многообразны, то остается лишь один, но очень эффектный способ, а именно способ, основанный на экспоненциальном характере задания весов наблюдений факторов (или показателей):

$$\alpha + \alpha\ (1-\alpha) + \alpha\ (1-\alpha)^{2} + \alpha\ (1-\alpha)^{3} + \ldots$$

Здесь параметр α является единственной переменной, варьируя которую можно получить модель, пригодную для различных по характеру изменений прогнозируемого процесса. С учетом того, что данная модель представляет собой ряд усредненных, или сглаженных, значений показателя, параметр α получил название постоянной сглаживания.

С помощью экспоненциально взвешенного ряда весов легко рассчитать взвешенное среднее показателя Y в момент времени t, которое будет являться прогнозной моделью процесса на следующий момент наблюдения $(t+1)$. Обозначим это прогнозное значение через $\overline{Y}_{t+1}$. Оно, в соответствии с формулой (7.2.9), запишется так:

$$\overline{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha\ (1-\alpha)\ Y_{t-1} + \alpha\ (1-\alpha)^2\ Y_{t-2} + \ldots \quad (7.3.2)$$

или, вынося за скобки общий для всех, кроме первого значения, слагаемых, множитель $(1 - \alpha)$, получим:

$$\overline{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\ [\alpha Y_{t-1} + \alpha\ (1-\alpha)\ Y_{t-2} + \ldots$$

Сумма в квадратных скобках правой части полученного равенства есть не что иное, как предыдущая экспоненциально взвешенная средняя $\overline{Y}_t$, вычисленная на множестве предыдущих значений ряда $\{Y_t\}$. С учетом этого обстоятельства, получим окончательно:

$$\overline{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1\text{-}\alpha)\overline{Y}_t. \quad (7.3.3)$$

Формула (7.3.3) оказывается очень удобной для расчетов. Кроме того, для пересчета прогнозного значения при поступлении новой информации оказывается необязательным хранить в памяти вычислительной машины все предыдущие значения наблюдений, так как они уже учтены при расчете предыдущей экспоненциальной средней.

Пусть, например, постоянная сглаживания равна $\alpha = 0.3$, текущее значение анализируемого показателя $Y_t = 20$, а на предыдущем вычислении его прогнозное значение оказалось равным $\overline{Y}_t = 25$. Как получить следующее прогнозное значение на момент времени $(t+1)$? Для этого воспользуемся полученным условием (7.3.3) в соответствии с которым прогнозное значение показателя будет равно

$$\overline{Y}_{t+1} = 0.3\ 20 + (1\text{-}0.3)\ 25 = 23.5.$$

Если теперь в момент времени $(t+1)$ будет получено новое значение, например, 22.5, то легко получить прогноз уже на следующий момент наблюдения $(t+2)$:

$$\overline{Y}_{t+2} = 0.3\ 22.5 + (1\text{-}0.3)\ 23.5 = 23.2.$$

Легко убедиться в том, что полученная модель:

- во-первых, может незамедлительно использовать новые данные, а потому - адаптивна, и,

- во-вторых, чрезвычайно проста в употреблении на практике.

Ещё одно важное достоинство экспоненциальной средней заключается в эффективном использовании имеющейся информации. Действительно, ни одно из прошлых наблюдений, сколь бы далеко оно не отстояло от последнего наблюдения, не получает нулевого веса, но в той или иной мере учитывается при расчете прогноза. Скользящая же средняя, наоборот, полностью игнорирует и лишает какой-либо ценности все наблюдения до $(t\text{-}\tau)$-го, присваивая им нулевые веса.

Из сути самого подхода по использованию принципов экспоненциальной средней следует, что ее можно использовать для рядов, не имеющих ярко выраженной динамики. Или говоря проще, только для прогнозирования в те промежутки времени, когда процесс и не возрастает, и не убывает. Именно в этом случае взвешенная средняя может использоваться в качестве инструмента для краткосрочного прогноза.

Применение экспоненциальной средней для временного ряда, имеющего явно выраженную тенденцию роста возможно только при решении задачи сглаживания процессов, а ожидать хороших прогнозов при этом нельзя.

С учетом того, что модель (7.2.3) чрезвычайно легка в практическом использовании и имеет ясный смысл, она нашла широчайшее использование в практике экономического краткосрочного прогнозирования.

Первая работа, посвященная краткосрочному прогнозированию с применением метода экспоненциального взвешивания наблюдений была опубликована в 1959 году Р.Брауном[1] и поэтому очень часто эти методы называют "методами Брауна". В этой и последующих работах Браун не только разработал теоретические основы указанного подхода, но и продемонстрировал его эффективность на конкретных примерах.

Модель краткосрочного прогнозирования Брауна, представляемая в виде (7.3.3), имеет смысл только в том случае, когда ряд весов $\alpha, \alpha\ (1\text{-}\alpha), \alpha\ (1\text{-}\alpha)^2, \alpha\ (1\text{-}\alpha)^3$ сходится и его сумма равна единице. В противном случае расчет по формуле (7.3.3) не даст взвешенную среднюю и модель теряет не только свои прогностические свойства, но и вообще всякий смысл.

Исходя из этого условия, были определены границы изменения постоянной сглаживания α, значения которой и определяют пределы сходимости ряда. Насколько нам известно, для выявления границ множества определения этого параметра, использовался признак Даламбера[2], в соответствии с которым экспоненциальный ряд сходится, если выполняется ряд обязательных условий:

- во-первых, все члены ряда должны быть положительны:

$$\alpha(1\text{-}\alpha)^n > 0 \quad (7.3.4)$$

- и, во-вторых, отношение последовательных членов ряда в пределе должно быть меньше единицы:

[1] Brown R.G. Statistical Foracasting for Inventory Control. New York, McGrow-Hill, 1959. -119 p.

[2] Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. - М.: Финансы и статистика, 1986. – С.16.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\alpha(1-\alpha)^{n+1}}{\alpha(1-\alpha)^{n}}=1-\alpha<1. \qquad (7.3.5)$$

В соответствии с указанными условиями достаточно просто можно определить границы области определения постоянной сглаживания. Они лежат в пределах:

$$0<\alpha<1. \quad (7.3.6)$$

Именно эти границы и используются экономистами для краткосрочного прогнозирования экономической динамики как с помощью формулы (7.3.3), так и с помощью различных ее модификаций. Впрочем, следует указать на то, что не только экономисты, но и математики используют именно эти границы для нахождения постоянной сглаживания. В качестве последнего примера можно привести работу С.А.Айвазяна и В.С.Мхитаряна, где в разделе, посвященном адаптивным методам прогнозирования, приводятся именно эти пределы изменения параметра сглаживания[1].

Какой же смысл имеет постоянная сглаживания? Как легко убедиться из формулы (7.3.3), при величине постоянной сглаживания, равной нулю, модель совершенно не учитывает текущие наблюдения, то есть является неадаптивной. В другом крайнем случае, когда постоянная сглаживания равна единице, совершенно не учитываются прошлые значения, поскольку второе слагаемое формулы (7.3.3) становится равным нулю, а значит, учитываются только текущие наблюдения, то есть модель полностью адаптивна. Значит можно сделать вывод о том, что, изменяясь в пределах от нуля до единицы, постоянная сглаживания, тем самым, характеризует степень адаптивности модели экспоненциального сглаживания к текущей информации.

Величина постоянной сглаживания также зависит от срока, на который делается прогноз. Очевидно, что для прогнозов с малым периодом упреждения должна в решающей степени учитываться наиболее свежая информация - выбирается высокое значение α. При увеличении срока прогнозирования целесообразно сгладить текущие конъюнктурные колебания и придать больший вес прошлым данным. Следовательно, нужно уменьшить α.

Для каждого конкретного ряда значений показателя $\{Y_t\}$ существует свое, наиболее точно отвечающее особенностям данного ряда оптимальное значение постоянной сглаживания. Однако оно, конеч-

[1] Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998. - С. 897.

но же, заранее не известно, и возникает проблема нахождения этого оптимального значения. Эта задача решается с помощью процедуры ретропрогнозов, когда последовательно задаются различные значения постоянной сглаживания в заданных условием (7.3.6) пределах и для каждого из этих значений α_i на исследуемом множестве статистических данных определяется ошибка ретропрогноза:

$$\varepsilon_{ti} = Y_t - \overline{Y}_{ti} \qquad (7.3.7)$$

и определяется зависимость этой ошибки от значений постоянной сглаживания. Сама ошибка, вычисленная в каждой конкретной точке для каждого заданного значения постоянной сглаживания, не дает основания для окончательного выбора, однако ее различные обобщающие характеристики типа дисперсии, средней ошибки аппроксимации, средней ошибки ретропрогноза и т.п., позволяют сделать такой выбор.

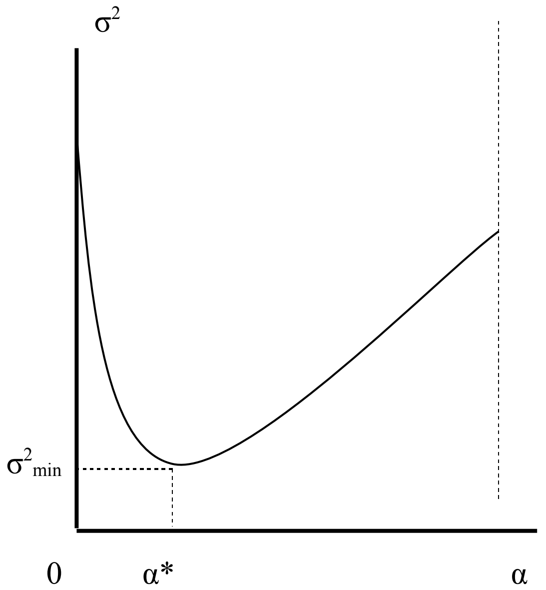

Рис. 7.1. Нахождение оптимального значения постоянной сглаживания метода Брауна

Для построенной таким образом функции зависимости некоторой обобщающей характеристики ошибки ретропрогноза от величины постоянной сглаживания, находится то значение постоянной сглаживания α, для которого ошибка выбранного критерия $f(\varepsilon_t)$ является минимальной, то есть, ищется минимум указанной функции:

$$f(\varepsilon_{ti}) = F(\alpha_i)$$

Эта функция может иметь самый различный характер.

В большинстве практических случаев функция гладкая, имеет один минимум, который и определяет величину постоянной сглаживания, являющуюся оптимальной для данного ряда наблюдений (рис.7.1). В то же время иногда приходится иметь дело с функциями более сложного характера. Такие функции имеют несколько экстремумов, поэтому при нахождении оптимального значения постоянной сглаживания с помощью каких-либо численных методов, необходимо учесть именно это обстоятельство.

Зачастую приходится иметь дело с тем, что в процессе поиска минимума оптимальное значение $\alpha*$ оказывается равным единице. В таких случаях экономистами говорится о том, что модель (7.3.3) или используемые ее модификации полностью адаптивны к текущей информации. Особенно часто с этим явлением приходится сталкиваться в случаях краткосрочного прогнозирования процессов, протекающих в регионах с неустойчивой экономикой. С учетом того, что в современной российской экономике переходного периода практически все ее районы (да и многие показатели экономической динамики) характеризуются именно таким состоянием, то можно сделать вывод о том, что практически всегда лучшей прогнозной оценкой фактора или показателя на следующий шаг наблюдения будет текущее значение фактора или показателя. Очевидно, что это явление экономически не имеет разумного объяснения и применение именно такого случая метода Брауна крайне сомнительно, однако практика краткосрочного прогнозирования различных процессов современной российской экономики с завидным постоянством подтверждает этот вывод, из чего следует, что указанное свойство вовсе не случайно, а вполне закономерно.

Исходный ряд весов, предложенный Брауном, представляет собой бесконечную геометрическую прогрессию, о которой известно, что она сходится, если для члена геометрической прогрессии выполняется единственное условие: модуль члена геометрической прогрессии должен быть меньше единицы[1].

Для нашего случая это условие запишется следующим образом:

$$|1-\alpha| < 1. \qquad (7.3.8)$$

Из чего со всей очевидностью следует, что постоянная сглаживания должна изменяться в других пределах. Не тех условиях (7.3.6) которые определены с помощью признака Даламбера, а именно[2]:

$$0 < \alpha < 2. \qquad (7.3.9)$$

Сравнивая теперь общепринятые пределы изменения постоянной сглаживания с вновь полученными значениями (7.3.9), можно

[1]Малая математическая энциклопедия. – Будапешт: Изд-во Академии наук Венгрии, 1976. - С.412

[2] Светуньков С.Г. Основы анализа и прогнозирования экономической конъюнктуры :Учебное пособие - Нукус, Изд-во НГУ, 1996. - 88 с.

убедиться в том, что в многочисленных задачах краткосрочного прогнозирования была изучена и использована лишь половина всех возможных вариантов - при изменении постоянной сглаживания в пределах от нуля до единицы. Другая половина, быть может действительно лучших случаев метода Брауна, осталась совершенно неизученной и неиспользованной в практических расчетах, а именно - множество значений постоянной сглаживания, лежащих в пределах от единицы до двух:

$$1 < \alpha < 2. \quad (7.3.10)$$

Прежде, чем давать какие-либо рекомендации для практического использования новых пределов, следует выяснить, какой же экономический смысл имеют запредельные случаи метода Брауна, определенные границами условия (7.3.10)?

Вспомним, что если постоянная сглаживания α равна нулю, то говорят о том, что модель (7.3.3) совершенно неадаптивна к новой информации - какими бы не были фактические значения Y_t, прогнозные значения пересчитываться не будут.

Если же постоянная сглаживания α равна единице, то прогнозные значения будут в точности соответствовать фактическим значениям Y_t, и не будут учитывать прошлые наблюдения. При этом говорят о полной адаптивности модели к текущим наблюдениям.

Казалось бы, что спектр всех возможных вариантов адаптации полностью исчерпан: от полной не адаптивности до полной адаптивности. Для того чтобы развить указанное толкование на запредельные случаи метода Брауна, следует осуществить некоторые преобразования формулы (7.3.3).

С учетом того, что запредельные случаи соответствуют условию (7.3.10), при котором постоянная сглаживания всегда не меньше единицы, ее можно представить в следующем виде:

$$\alpha = 1 + \beta, \quad (7.3.11)$$

где постоянная β лежит в пределах от нуля до единицы.

Если теперь подставить выражение для постоянной сглаживания (7.3.11) в исходную формулу (7.3.3) и осуществить элементарные преобразования, можно получить следующее выражение:

$$\overline{Y}_{t+1} = Y_t + \beta(Y_t - \overline{Y}_t). \qquad (7.3.12)$$

или, используя обозначение (7.3.7):

$$\overline{Y}_{t+1} = Y_t + \beta\, \varepsilon_t. \quad (7.3.13)$$

Таким образом, появляется возможность дать смысловое толкование запредельным случаям метода Брауна.

Во-первых, следует сразу отметить, что при этом модель полностью адаптивна к текущей информации, так как в формуле (7.3.13) текущая информация Y_t учитывается полностью.

Во-вторых, модель в той или иной степени становится адаптивной к текущему отклонению расчетных значений от фактических ε_t. При этом если постоянная β равна нулю, то прогнозная модель оказывается совершенно неадаптивна к текущим отклонениям фактических значений наблюдения от расчетных значений. Если постоянная β равна единице, то в соответствии с условием (7.3.13) модель краткосрочного прогноза полностью учитывает величину текущей ошибки отклонения - модель абсолютно адаптивна к текущей ошибке прогноза. Случаям, когда постоянная β лежит в пределах от нуля до единицы, соответствует та или иная степень адаптивности модели к текущей ошибке отклонения фактических значений от расчетных значений. В теории адаптивных систем процесс приспособления модели не только к текущим изменениям в окружении, но и к ошибкам аппроксимации самой модели, называется самообучением[1]. Таким образом, в запредельных случаях метода Брауна модель приобретает свойство самообучаемости.

Итак, в случаях метода Брауна, определенных границами постоянной сглаживания от нуля до единицы, модель является адаптивной; в запредельных случаях модель является самообучающейся.

На практике при краткосрочном прогнозировании экономической динамики приходится иметь дело с теми ее составляющими, которые имеют как раз ярко выраженную тенденцию динамики. Для того чтобы использовать достаточно простой механизм экспоненциального сглаживания для краткосрочного прогнозирования рядов, имеющих тенденцию роста, был предложен ряд модификаций метода Брауна. В настоящее время известны метод Холта, метод Холта с модификациями Муира, метод двойного сглаживания Брауна, метод адаптивного сглаживания Брауна, метод Бокса-Дженкинса, метод Муира, сезонно-декомпозиционная прогностическая модель Холта-Винтера, обобщенный адаптивно-сглаживающий метод Брауна, метод Брауна-Майера и другие.

Следует признать, что различных модификаций метода Брауна очень много и они вызваны многообразием практических ситуаций, в которых применяются методы краткосрочного прогнозирования.

[1] Срагович В.Г. Теория адаптивных систем. – М.: Наука, 1976. – С.280.

Более того, во многих случаях приходится разрабатывать все новые и новые модификации уже существующих - стандартный набор известных методов и подходов не всегда эффективен в нестандартных ситуациях. Таким образом, прогнозисту вновь приходится решать задачу прогнозирования с позиций и науки, и искусства - что следует признать не очень радостной перспективой для широкой практики прогнозирования экономической динамики в маркетинговых исследованиях.

Частично эта проблема решается расширением границ изменения постоянной сглаживания α от нуля до двух - выход в запредельные границы позволяет задействовать некоторые новые свойства метода и расширить область применения простой экспоненциальной средней для случая, когда при значениях постоянной сглаживания, равной единице, не самым лучшим образом осуществлялось краткосрочное прогнозирование. Практика использования запредельных случаев подтверждает это.

В то же время перед исследователем возникает ряд методических проблем при выборе из всего существующего множества используемых моделей и методов необходимой ограниченной части методов для краткосрочного прогнозирования эволюционных составляющих экономической динамики. Эти проблемы заключаются в следующем.

Во-первых, нет достаточно обоснованных методов определения конкретной величины постоянной сглаживания α. С учетом того, что с течением времени эволюционные процессы экономической динамики, развиваясь, меняют собственно и период своей инерционности, и характер развития, любые константы становятся неуместными. Эволюционные процессы имеют лишь отдельные периоды относительной стабильности динамики, которые перемежаются периодами нестабильности. Поэтому становится необоснованным предположение о том, что найденное на некотором прошлом множестве наблюдений динамики показателя оптимальное значение параметра α будет также оптимальным и на другом, более широком множестве значений данного показателя. Таким образом оптимальность постоянной сглаживания - явление временное.

Во-вторых, все перечисленные модификации методов адаптивного прогнозирования основаны на априорном предположении о характере прогнозируемого процесса (линейный тренд, мультипликативный тренд и т.п.). А эволюционные процессы по своей сути не имеют динамику, подчиняющуюся какому-либо раз и навсегда заданному закону.

В-третьих, все модификации метода Брауна основаны на том предположении, что прогнозируемые показатели изменяются во времени самостоятельно, независимо от состояния других конъюнктурообразующих факторов. Или, иначе говоря, краткосрочному прогнозированию подвергается тенденция, тренд развития показателя экономической динамики, а не экономическая динамика в целом как некоторая система. Если показатель Y_t зависит от фактора X_t, то краткосрочное прогнозирование показателя Y_t в отрыве от динамики фактора X_t – ошибочно. А оно осуществляется в рассматриваемых модификациях именно так.

Покажем, что идеи экспоненциального сглаживания достаточно просто перенести и на факторные зависимости, в результате чего задача краткосрочного прогнозирования может быть сформулирована другим способом.

Пока что мы рассматривали задачу нахождения прогнозного значения показателя, основываясь на его предыдущих значениях. Поставим теперь задачу иначе, а именно - чему будет равно значение показателя Y в следующий момент наблюдения, если известно, что X примет значение X_{T+1}?

Рассмотрим вначале простую линейную модель, когда для момента t показатель Y может быть представлен в виде линейной зависимости от X в этот же момент времени (для простоты записи предположим, что $\varepsilon_t = 0$ или близко к нему):

$$Y_t = a_0 + a_1 X_t. \quad (7.3.14)$$

В последующий момент времени $t+1$ показатель Y будет определяться аналогичным равенством:

$$Y_{t+1} = a_0 + a_1 X_{t+1} = a_0 + a_1 X_t + a_1 \Delta X_{t+1}$$

Или

$$Y_{t+1} = Y_t + a_1 \Delta X_{t+1}, \quad (7.3.15)$$

где $\Delta X_{t+1} = X_{t+1} - X_t$ - приращение фактора.

В условии (7.3.14) для каждого конкретного ряда известны как показатели Y, так и показатели X. А из формулы (7.3.15) легко определить коэффициент a_1:

$$a_1 = \frac{Y_{t+1} - Y_t}{X_{t+1} - X_t}. \quad (7.3.16)$$

С учетом того, что именно коэффициент a_1 в данном случае будет являться некоторым рядом, который, собственно говоря, и стоит адаптировать и прогнозировать на следующий шаг наблюдения, становится понятным алгоритм краткосрочного прогнозирования эволюционной составляющей показателя Y_t, имеющей вид непрерывно, но постепенно изменяющейся линейной зависимости от некоторого фактора X_t. Он будет иметь следующий вид.

Вначале на множестве имеющихся данных наблюдений для t = 1, 2, ..., T последовательно рассчитываются экспоненциально взвешенные значения коэффициента пропорциональности

$$\hat{a}_{1(t+1)} = \alpha \frac{Y_{t+1} - Y_t}{X_{t+1} - X_t} + (1-\alpha)\hat{a}_{1t}. \qquad (7.3.17)$$

Затем, после получения последнего расчетного значения $\hat{a}_{1T}$, можно выполнить прогноз показателя Y на следующий шаг наблюдения (T+1). Для этого следует воспользоваться формулой (7.3.15):

$$\hat{Y}_{T+1} = Y_T + \hat{a}_{1T}\Delta X_{T+1}. \qquad (7.3.18)$$

Как легко убедиться из полученного результата, данный алгоритм не вносит никаких новых проблем в задачу краткосрочного прогнозирования экономической динамики, но зато позволяет значительно расширить спектр решаемых задач - вместо прогнозирования простых элементарных последовательностей наблюдений, перейти к прогнозированию факторных зависимостей. Конечно, необходимо иметь в виду, что постоянная сглаживания лежит в пределах от нуля до двух.

Данная методика достаточно легко может быть распространена на все аддитивные модели, в том числе и многофакторные линейные модели. Незначительно сложнее адаптируется динамика, которая может быть описана в мультипликативной форме. Для реализации данной модификации метода Брауна следует линеаризовать модель. После этого указанная процедура является легко выполнимой.

7.4. Прогнозные модели и методы прогнозирования на среднесрочную перспективу

Задачи прогнозирования в экономике начались с решения очень простых задач - прогнозирования тенденций развития. На практике эту задачу можно решить различными способами, как с привлечением методов математической статистики, так и без таковых. Несколько десятилетий назад, когда даже микрокалькуляторы не появились на свет, а доступ к вычислительным машинам был ограничен, прогнозирующие экономисты широко использовали в своих расчетах методы конечных разностей, средних точек и др., которые были просты в вычислениях, но не очень точны в применении. Их точность существенно уступала методам математической статистики, поэтому с появлением в жизни и применением на практике вычислительных средств эти многочисленные приближенные методы отошли на задний план и используются в настоящее время лишь в очень простых предварительных расчетах.

Одним из таких приближенных методов является метод средних. Суть его заключается в следующем. Все точки имеющегося ряда значений разбиваются равномерно на число групп, численно равных числу параметров прогнозной модели. Для каждой группы находятся средние арифметические. Подставляя эти средние в модель, можно получить последовательно столько равенств, сколько неизвестных параметров у модели. Решая полученную систему, находят искомые значения параметров модели. Например, для линейной однофакторной модели

$$\hat{Y}_t = a_0 + a_1 X_t \qquad (7.4.1)$$

получается система из двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^{T/2} Y_t = \frac{T}{2} a_0 + \sum_{t=1}^{T/2} X_t \\ \sum_{t=t=T/2+1}^{T} Y_t = \frac{T}{2} a_0 + \sum_{t=T/2+1}^{T} X_t \end{cases}, \qquad (7.4.2)$$

решая которую, легко найти неизвестные коэффициенты прогнозной модели a_0 и a_1.

В том случае, когда число наблюдений T оказывается нечётным, возникает проблема разбиения исходных рядов значения Y_t и X_t на две части, которые не будут равны друг другу по численности членов ряда. При этом можно предложить различное множество способов разбиения точек имеющегося ряда и на неравные группы. В результате будет получено несколько моделей, отличающихся друг от друга как точностью аппроксимации, так и качеством прогнозных свойств. Неустойчивость коэффициентов прогнозных моделей, которые строятся этим способом, и является основной причиной того, что метод использовать на практике не рекомендуется. Однако сам принцип оценивания прогнозных моделей, при котором не используется априорный подход, следует признать перспективным. Под априорным подходом понимается подход, когда первоначально задаются некоторыми предположениями о сути изучаемого явления для того, чтобы облегчить процесс анализа и построения прогнозных моделей. При этом априорные предположения высказывают, основываясь не на результатах эмпирических исследований, а на экспертные оценки или логику метода аналогий. При этом, как легко убедиться, существует высокая вероятность того, что свойства прогнозируемого явления будут не соответствовать свойствам метода прогнозирования.

В отличие от априорного, апостериорный подход предполагает такие принципы прогнозирования явления или объекта, которое осуществляется на основе предварительного изучения свойств и особенностей прогнозируемых процессов, и только после этого подбирается соответствующий метод прогнозирования или прогнозная модель.

В подавляющем большинстве случаев используется первый, априорный подход. Предположения, на которых основана методология прогнозирования априорного подхода, направлена на упрощение используемых математических методов и удобство их применения, а не на диагностирование прогнозируемой системы с целью последующего подбора моделей и методов, соответствующих выявленным свойствам. Основным методом априорного подхода является метод наименьших квадратов (МНК).

Как уже говорилось выше, оценки МНК, вне зависимости от того, каков характер динамики моделируемого процесса, являются несмещёнными состоятельными и эффективными, что является весьма важным обстоятельством в задачах, базирующихся на выборочном методе. Свойства этих оценок будут всегда таковыми даже в том случае, когда с помощью МНК оценивают параметры прогнозной модели эволюционного процесса, при прогнозировании которого большую ценность имеют текущие значения, чем прошлые, то есть смещённые оценки оказываются предпочтительнее несмещённых.

Суть апостериорного подхода к оцениванию прогнозных моделей заключается в другом – определяется или подбирается тот метод оценивания параметров прогнозной модели, который в наибольшей степени соответствует свойствам прогнозируемого объекта. Очевидно, что в данном случае прогнозист должен обладать не одним методом оценки параметров моделей, а совокупностью методов, из которой он и выбирает тот, который в наибольшей степени соответствует свойствам прогнозируемого объекта.

Как следует из свойств двух подходов, априорный метод экономичнее – он требует меньших трудозатрат, а апостериорный метод точнее – он позволяет выбрать наилучший, а значит самый точный, метод оценивания моделей.

Эконометрия базируется на теории вероятностей и математической статистики и предлагает в связи с этим весьма ограниченный набор подобных методов. При этом все они опираются на методологию выборочного подхода, т.е. являются методологически совместимыми только с вероятностными процессами. Нестационарные процессы, в том числе и эволюционные, с помощью этих методов прогнозировать нельзя.

Покажем, как можно получить необходимую совокупность методов оценивания прогнозных моделей, которую можно будет использовать при применении апостериорного подхода. Рассмотрим вначале элементарную однофакторную модель (7.4.1). Она описывает реальный процесс с некоторой ошибкой аппроксимации ε_t, поэтому для любого значения t выполняется равенство:

$$Y_t = \hat{Y}_t + \varepsilon_e = a_0 + a_1 X_t + \varepsilon_e, \qquad (7.4.3)$$

Очевидно, что указанное равенство не нарушится, если его левую и правую части умножить на некоторый заранее известный, изменяющийся во времени множитель Z_{0t}[1]:

$$Y_t Z_{ot} = a_0 Z_{ot} + a_1 X_t Z_{ot} + \varepsilon_t Z_{ot}. \quad (7.4.4)$$

Если теперь просуммировать левую и правую части полученного равенства по всем наблюдениям t, получим уравнение:

$$\sum_t Y_t Z_{ot} = \sum_t a_0 Z_{ot} + \sum_t a_1 X_t Z_{ot} + \sum_t \varepsilon_t Z_{ot}. \qquad (7.4.5)$$

Теперь умножим левую и правую части равенства (7.4.3) на другой, также изменяющийся во времени известный множитель Z_{1t}, не являющийся линейным преобразованием множителя Z_{0t}:

$$Y_t Z_{1t} = a_0 Z_{1t} + a_1 X_t Z_{1t} + \varepsilon_t Z_{1t}. \qquad (7.4.6)$$

Просуммировав теперь и это уравнение по всем наблюдениям t, получим:

$$\sum_t Y_t Z_{1t} = \sum_t a_0 Z_{1t} + \sum_t a_1 X_t Z_{1t} + \sum_t \varepsilon_t Z_{1t}. \qquad (7.4.7)$$

[1]Светуньков С.Г. Эконометрические методы прогнозирования спроса (на примере промышленной энергетики) /Под ред. Г.Л.Багиева. - М.: Изд-во МГУ, 1993. - С.86

Сведем уравнения (7.4.5) и (7.4.7) в одну систему:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t Z_{ot} = \sum_t a_0 Z_{ot} + \sum_t a_1 X_t Z_{ot} + \sum_t \varepsilon_t Z_{ot} \\ \sum_t Y_t Z_{1t} = \sum_t a_0 Z_{1t} + \sum_t a_1 X_t Z_{1t} + \sum_t \varepsilon_t Z_{1t} \end{cases}. \qquad (7.4.8)$$

Данная система - система двух линейных уравнений с *(T+2)* неизвестными - a_0, a_1 и ε_t (множители Z_{0t} и Z_{1t} задаются нами). Очевидно, что эта система имеет множество возможных решений. Пусть теперь выполняются два условия:

$$\begin{cases} \sum_t \varepsilon_t Z_{ot} = 0 \\ \sum_t \varepsilon_t Z_{1t} = 0 \end{cases}. \qquad (7.4.9)$$

Тогда система (7.4.8) примет вид:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t Z_{ot} = \sum_t a_0 Z_{ot} + \sum_t a_1 X_t Z_{ot} \\ \sum_t Y_t Z_{1t} = \sum_t a_0 Z_{1t} + \sum_t a_1 X_t Z_{1t} \end{cases}. \qquad (7.4.10)$$

Это уже система двух уравнений с двумя неизвестными - a_0 и a_1, которые могут быть легко найдены.

Пусть нами заданы следующие множители (далее везде при условии, когда $Z_{0t} = Z_0$ подразумевается, что $Z_0 = const$, не равная *0*):

$$Z_{0t} = Z_0, \quad Z_{1t} = X_t. \qquad (7.4.11)$$

Подставив их в (7.4.10) и в (7.4.9), получим систему:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t = a_0 T + a_1 \sum_t X_t \\ \sum_t Y_t X_t = a_0 \sum_t X_t + a_1 \sum_t X_t^2 \end{cases}. \qquad (7.4.12)$$

Легко убедиться в том, что полученная система - система нормальных уравнений МНК для линейной однофакторной модели (7.4.7). Таким образом, получена система МНК без использования критерия оптимизации и дифференцирования, причем она получена как частный случай общей схемы оценивания (7.4.10) при условии, что (7.4.9) принимает вид:

$$\begin{cases} \sum_t \varepsilon_t = 0 \\ \sum_t \varepsilon_t X_t = 0 \end{cases}. \qquad (7.4.13)$$

Впрочем, верно и другое утверждение - при использовании МНК всегда будет выполняться условие (7.4.13) для случая линейной однофакторной модели. Зная это, мы убеждаемся в том, что при использовании МНК средняя арифметическая ошибки аппроксимации как оценка математического ожидания величины ε_t будет всегда равна нулю (первое равенство системы (7.4.13)) и при монотонном изменении X_t величина ε_t будет принимать отрицательные и положительные значения и изменяться равномерно (второе равенство условия (7.4.13)). Это значит, что статистическая проверка высказанных при использовании МНК предположений относительно e_t их не отвергнет, если, конечно, с помощью линейной модели не попытаться аппроксимировать резко нелинейные зависимости.

Если теперь оценивать с помощью МНК модель в виде параболы второй степени:

$$\hat{Y}_t = a_0 + a_1 X_t + a_2 X_t^2,$$

то в любом случае будут выполняться следующие условия:

$$\begin{cases} \sum_t \varepsilon_t = 0 \\ \sum_t \varepsilon_t X_t = 0 \\ \sum_t \varepsilon_t X_t^2 = 0 \end{cases}, \qquad (7.4.14)$$

причем, если пытаться найти оценки МНК, не прибегая к частному дифференцированию, а используя общую схему оценивания, множителями в ней должны быть:

$$Z_{0t} = Z_0, \quad Z_{1t} = X_t, \quad Z_{2t} = X_t^2$$

Легко убедиться и в том, что метод многофакторного МНК также является частным случаем общей схемы оценивания. Действительно, пусть имеется линейная многофакторная модель:

$$\hat{Y}_t = a_0 + a_1 X_{1t} + a_2 X_{2t} + ... + a_m X_{mt}, \quad (7.4.15)$$

где m - число факторов,

X_i - сами факторы, $i = 1, 2, 3, ..., m$.

Для того, чтобы найти коэффициенты этой многофакторной модели, умножим левые и правые части равенства (7.4.15) сначала на Z_{0t}. Просуммируем полученные равенства по всем наблюдениям t. Затем умножим левую и правую части равенства (7.4.15) на Z_{1t} и снова просуммируем по всем наблюдениям t. И так повторим $m + 1$ раз для $m + 1$ множителей Z_{it}. Если теперь множители будут иметь вид

$$Z_{0t}=Z_0;\ Z_{1t}=X_{1t};\ Z_{2t}=X_{2t};...;\ Z_{mt}=X_{mt},$$

то легко убедиться в том, что полученная система соответствует системе МНК. При этом должны выполняться следующие условия:

$$\begin{cases} \sum_t \varepsilon_t = 0 \\ \sum_t \varepsilon_t X_{1t} = 0 \\ \sum_t \varepsilon_t X_{2t} = 0 \\ ..... \\ \sum_t \varepsilon_t X_{mt} = 0 \end{cases}. \qquad (7.4.16)$$

Если теперь предположить, что хотя бы одно из равенств условий (7.4.13), (7.4.14) или (7.4.16) не равно нулю, то параметры найденной при этом модели будут отличаться от оценок МНК.

Очевидно, что, варьируя величины данных сумм, можно получить множество оценок параметров моделей, отличающихся друг от друга и позволяющих, не прибегая к каким-либо априорным предположениям о характере ошибки аппроксимации, получить множество моделей с различными прогнозными свойствами. Еще большее множество возможных параметров получается, если менять не только значения сумм (7.4.13), (7.4.14) или (7.4.16), но и сами множители Z_{it}.

Рассматривая предложенный способ для линейной однофакторной модели, можно убедиться в том, что он включает в себя возможность нахождения практически любых оценок параметров модели - и МНК, и метода средних, и адаптивных оценок и т.п. Общая схема оценивания позволяет найти параметры модели, соответствующие любому из ныне существующих методов оценивания. Задавая различным способом множители Z_{it}, можно получить систему разнообразных способов оценивания линейных (в данном случае) однофакторных моделей. Таким образом, используя метод Z-множителей, мы учитываем принцип апостериорности - из бесконечного множества способов оценивания параметров модели и из всего множества этих оценок можно выбрать те из них, которые удовлетворяют выявленным свойствам моделируемой системы. С учетом того, что расчеты в настоящее время ведутся, как правило, на ПК, способы задания множителей могут быть легко программируемы и их количество может исчисляться тысячами без особых проблем с трудоемкостью данного подхода.

Данный подход легко распространить и на случай оценивания нелинейных прогнозных моделей. Если, например, в качестве лучшей прогнозной модели выбрана модель типа:

$$\hat{Y}_t = a_0 e^{a_1 x_t}, \qquad (7.4.17)$$

то посредством логарифмирования она может быть приведена к виду:

$$\ln \hat{Y}_t = \ln a_0 + a_1 x_t \qquad (7.4.18)$$

и к ней теперь легко применить условия (7.4.10).

7.5. Прогнозирование эволюционных процессов на среднесрочную перспективу

Особенностью эволюционных составляющих социально-экономической динамики является то, что сложившиеся на некоторый момент времени тенденции начинают постепенно изменяться. Поэтому и эконометрические прогнозные модели начнут плохо прогнозировать эволюционные составляющие, если при их построении не будет учтена необходимость адаптации моделей к изменениям в тенденциях развития эволюционных рядов.

Понятия адаптации и адаптивности появились в лексиконе экономистов с приходом в экономику системного анализа. Практически во всех работах, посвященных анализу свойств больших систем экономики, выявляется свойство адаптивности.

Так, иногда под адаптацией понимается способность системы использовать получение новой информации для приближения своего поведения и структуры к оптимальным. Способность же системы изменять свою структуру, состав и параметры элементов при изменении условий взаимодействия с окружающей средой выделяется как свойство самоорганизуемости.

В других случаях считают, что адаптацию необходимо понимать как обеспечение стабильности требуемых динамических свойств в условиях многофункциональности. При этом адаптация осуществляется с помощью «координирования» на верхнем иерархическом уровне. В то же время вводится понятие живучести – «способность к автономному функционированию», а также самоорганизуемости - способности «изменять структуру силовых и информационных связей и локальные динамические свойства объектов при развитии систем с целью обеспечения главной функции».

По сути, термин «адаптация» в работах экономистов выступает в трех аспектах:

- адаптация как свойство системы приспосабливаться к возможным изменениям функционирования;
- адаптация как сам процесс приспособления адаптивной системы;
- адаптация как метод, основанный на обработке поступающей информации и приспособленный для достижения некоторого критерия оптимизации.

В первом аспекте следует говорить о свойстве *адаптивности* экономических систем и поэтому следует употреблять именно его,
Во втором аспекте следует использовать само слово *адаптация*, так как именно оно характеризует процесс приспособления.

В третьем аспекте следует говорить о *методе адаптации*, об адаптивных алгоритмах, которые используют метод адаптации, а построенные таким образом модели следует называть *адаптированными*. Если при этом адаптированные модели дополняются способностью к дальнейшей адаптации при появлении новых наблюдений, то такие модели следует называть *адаптивными*.

Любая экономическая система в той или иной степени адаптивна к внешним и внутренним факторам, которые непрерывно меняют степень и направление своего воздействия на систему. Иначе система бы просто прекратила свое существование. Наличие свойства адаптивности позволяет системам адаптироваться к изменяющимся условиям функционирования, меняя не только свои количественные характеристики, но и собственное качество. Имененно это свойство присуще всем эволюционно развивающимся системам и процессам, в том числе и эволюционным составляющим социально-экономической динамики. С учетом того, что сами системы развиваются эволюционно, меняя свои качественные и количественные характеристики, модели, которые описывают это развитие, также должны менять как свои качественные характеристики, так и количественные. И здесь уместно применение именно адаптивных методов.

Под адаптивными понимают методы, которые позволяют при построении моделей в большей степени учитывать текущую информацию и в меньшей - прошлую. Основное свойство таких методов - изменение коэффициентов построенной модели при поступлении новой информации, т.е. адаптация моделей к новым данным.

Впрочем, иногда встречается и такое понятие адаптивной корректировки параметров модели, когда они, оцененные с помощью МНК, при поступлении новой информации просто пересчитываются вновь[1]. В данном случае нельзя говорить об адаптации, так как последняя предусматривает приспособление к этой новой информации, а не простой пересчет с учетом дополнительной информации, которая считается одинаково важной как в начале наблюдений, так и в ее конце.

Формальной основой алгоритмов адаптации могут быть любые итеративные методы, позволяющие за конечное количество шагов итераций найти нужное решение.

Однако в общем случае адаптивные методы можно разделить на три большие группы методов:

методы, основанные на принципах экспоненциального сглаживания - модификации средней взвешенной;

дисконтирование данных при использовании МНК;

методы, использующие в своей основе один из численных методов, например, стохастическую аппроксимацию.

Первая группа методов была подробно рассмотрена выше. К тому же она в основном используется для краткосрочного прогнозирования, хотя и встречаются различные модификации метода Брауна, разработанные для целей средне- и долгосрочного прогнозирования.

Учесть текущую информацию и приспособить модель к более поздним данным можно с помощью дисконтирования, т.е. уменьшения ценности более ранней информации. Дисконтирование можно осуществить разными способами. При этом, к сожалению, нет формальных научно обоснованных процедур задания весов данных.

[1] Статистическое моделирование и прогнозирование: Учеб. пособие /Г.М.Гамбаров, Н.М.Журавель, Ю.Г.Королев и др.; Под ред. А.Г.Гранберга. - М.: Финансы и статистика, 1990. – С. 163.

Определенное распространение получили методы задания для данных Yt некоторых весов vt<1 в тех случаях, когда параметры модели определяются с помощью МНК.

Критерий МНК при этом будет иметь вид:

$$Q = \sum_t \left(v_t (Y_t - \hat{Y}_t) \right)^2 \to \min \quad . \qquad (7.5.1)$$

Веса могут задаваться в числовой форме или в виде функциональной зависимости так, чтобы по мере продвижения в прошлое веса убывали. Чаще всего и в этом случае веса задают изменяющимися по экспоненциальному закону (методика Брауна). Однако необходимость определения величины постоянной сглаживания в данном случае становится на порядок сложнее, чем в случае непосредственного применения метода Брауна. Ведь при каждом значении постоянной сглаживания приходится определять параметры модели, рассчитывать значения критерия отбора, запоминать их и переходить к следующему значению постоянной сглаживания. Таким образом задача становится достаточно трудоемкой и зачастую «овчинка не стоит выделки».

Здесь определённый интерес представляет возможность использования метода Брауна с помощью общей системы оценивания (7.4.10). Если вместо множителей Z_{0t} и Z_{1t} задавать экспоненциальные веса так, как это предусматривается в методе Брауна (7.3.2), то, очевидно, сумма произведений этих множителей на ряды Y_t и X_t дадут их экспоненциально взвешенные средние для различных значений α_0 и α_1:

$$\hat{Y}^0_{t+1} = \alpha_0 Y_t + \alpha_0 (1 - \alpha_0) \hat{Y}^0_t$$
$$\hat{Y}^1_{t+1} = \alpha_1 Y_t + \alpha_1 (1 - \alpha_1) \hat{Y}^1_t$$
$$\hat{X}^0_{t+1} = \alpha_0 X_t + \alpha_0 (1 - \alpha_0) \hat{X}^0_t$$
$$\hat{X}^1_{t+1} = \alpha_1 X_t + \alpha_1 (1 - \alpha_1) \hat{X}^1_t$$

Подставляя эти значения в (7.4.10) и осуществив элементарные преобразования, получим следующую прогнозную модель:

$$\hat{Y}_t = a_{0t} + a_{1t} X_t ,$$

где

$$a_{1t} = \frac{\hat{Y}^0_{t+1} - \hat{Y}^1_{t+1}}{\hat{X}^0_{t+1} - \hat{X}^1_{t+1}} ,$$

$$a_{0t} = \hat{Y}^0_{t+1} - a_{1t}\hat{X}^0_{t+1} \quad \text{или} \quad a_{0t} = \hat{Y}^1_{t+1} - a_{1t}\hat{X}^1_{t+1}.$$

К сожалению, в данном случае возникает задача оптимизации сразу двух параметров - α_0 и α_1, что не позволяет использовать данных подход в широкой практике маркетинговых исследований.

Среди множества методов адаптации прогнозных моделей, основанных на дисконтировании данных или же на модификациях метода Брауна, нет такого, который был бы универсальным для средне- и долгосрочного прогнозирования эволюционного процесса. Именно поэтому экономисты обратились к численным методам, и в первую очередь к методу стохастической аппроксимации.

В 1951 г. Г.Роббинс и С.Монро опубликовали первую работу о методе стохастической аппроксимации[1]. Этот метод стал формальным основанием для целого ряда задач адаптации, особенно в технической кибернетике. Суть метода стохастической аппроксимации заключается в следующем. Если перед исследователем стоит задача найти такое управляющее воздействие X на систему, чтобы на выходе из нее было достигнуто некое оптимальное значение Y, численно равное У, то для этого используется разработанная процедура целенаправленного перебора управляющих воздействий. В допустимой области X выбираем произвольное значение X[0], проводим эксперимент с данным значением входа в систему и наблюдаем на выходе некоторое значение Y(X[0]).

Выбираем убывающую с ростом n (числа испытаний) последовательность положительных чисел γ[n]. Необходимо определить такое значение Q, принадлежащее множеству *X*, что

$$Y(Q) = \boldsymbol{У}. \quad (7.5.6)$$

Для выбора значения *X* в следующем эксперименте используется рекуррентное соотношение Роббинса-Монро:

$$x[n] = x[n-1] + \gamma[n] \cdot (\boldsymbol{У} - Y(x[n-1])). \quad (7.5.7)$$

Здесь $\gamma[n]$ получило название параметров демпфирования колебаний.

Теоретическим исследованиям процессов адаптации на основе алгоритма Роббинса-Монро посвящено значительное число работ математиков. Появились и попытки использования алгоритма метода стохастической аппроксимации в задачах прогнозирования экономики.

[1] Robbins H., Monro S. A stochastic approximation method. //Annual mmanhematics statistics, 1951, v.22. -pp. 400-407

В зависимости от способа задания параметров демпфирования колебаний различают три различных алгоритма:

1) алгоритм адаптации с переменным шагом, когда параметры демпфирования колебаний изменяются в зависимости от числа испытаний n:

$$\gamma[n] = f(n).$$

Например:

$$\gamma[n] = 1/n;$$

2) алгоритм адаптации с нелинейным шагом, когда параметры демпфирования колебаний определяются таким образом, чтобы в зависимости от конкретных величин $Y_t[n]$ и $X_t[n]$ при данном испытании наискорейшим путем приблизиться к оптимуму (7.5.6):

$$\gamma[n] = F(Y_t[n]; X_t[n]).$$

Например, алгоритм Качмажа:

$$\gamma[n] = \frac{Y[n] - \sum a_{it} \cdot X_i[n]}{\sum X_i^2[n]},$$

где суммирование осуществляется по числу переменных i.

3) алгоритм адаптации с постоянным шагом:

$$\gamma[n] = \gamma = const.$$

Например:

$$\gamma[n] = 1/2$$

До сих пор алгоритмы адаптации с постоянным шагом не нашли широкого применения в задачах технической кибернетики, хотя известно, что скорость сходимости к оптимуму в этих случаях может быть наибольшей. Успех применения адаптивного алгоритма идентификации моделей технической кибернетики с помощью методов Роббинса-Монро дал основания надеяться на успех его применения и в экономической практике. Огромным преимуществом здесь по сравнению с другими адаптивными методами является отсутствие каких-либо априорных предположений о характере процесса. Есть просто некоторый, явно заданный оптимум, который необходимо достичь.

Однако простое перенесение известных алгоритмов и подходов в экономическую практику без тщательного осмысления их сути может породить ошибку инструментария. Именно это и наблюдается в ряде случаев. Не будем подробно останавливаться на их критике. Отметим лишь их основные недостатки:

- некорректное использование математического аппарата, когда путаются номер итерации n при адаптации и номер наблюдения t исходного ряда. При этом между ними совершенно напрасно ставится знак равенства, так как номер итерации n характеризует число шагов, которое получено в результате нахождения оптимума $Y(Q)=$ ***У*** при фиксированном числе наблюдений t,
- стремление втиснуть аппарат стохастической аппроксимации в "прокрустово ложе" классической эконометрии, в результате чего вычисления "обрастают" такими многочисленными ограничениями, дополнительными уравнениями и переменными, что теряется вообще какой-либо смысл их практического использования, не говоря уже о том, что они становятся методологически бессмысленными,
- отсутствие научно обоснованных методик выбора параметров демпфирования колебаний в предлагаемых алгоритмах адаптации.

Для того, чтобы эффективно использовать алгоритм адаптации Роббинса-Монро в прогнозной практике, необходимо четко выяснить:

- что является целью адаптации;
- что является предметом адаптации;
- каковы ожидаемые результаты адаптации.

В конечном итоге под адаптацией понимается такое изменение параметров эконометрической модели, чтобы расчетное значение показателя Y_t наилучшим образом приближалось к некоторому оптимальному значению ***У***$_t$. С учетом того, что адаптация эконометрических моделей - не самоцель, а попытка описать изменившееся качественное состояние системы в результате эволюционного развития, становится ясно, что это оптимальное значение следует находить из фактических наблюдений.

Фактические значения наблюдений некоторого эволюционного ряда Y_t формируются под воздействием трех составляющих:

- детермированной $\widetilde{Y}_t$;
- случайной ε_t ;
- неопределенной ν_t.

$$Y_t = \widetilde{Y}_t + \varepsilon_t + \nu_t \quad (7.5.8)$$

Однако при построении модели выделить все три составляющие невозможно, поэтому реальный процесс приходится описывать с помощью двух слагаемых - собственно модели (регулярная составляющая) $\hat{Y}_t$ и некоторой ошибки аппроксимации ε_t, которая характеризует и воздействие случайных процессов, и воздействие неизвестных процессов:

$$Y_t = \hat{Y}_t + \varepsilon_t \quad (7.5.9)$$

Регулярная составляющая также построена не только с учетом детерминированных факторов, но и под воздействием факторов, неизвестных исследователю. Поэтому, даже после выявления степени и силы взаимодействия факторов при построении модели нет никаких гарантий того, что конкретные численные значения определенных параметров модели отражают только влияние этих факторов. Поэтому, если модель хорошо описывает развитие системы в среднем, в той или иной степени отражая происходящие в действительности процессы, то в результате диалектического изменения самой системы модель начинает хуже описывать реальные процессы. Для улучшения ее свойств и возникает необходимость адаптации эконометрической модели, ее приспособления к этим наметившимся изменениям в тенденциях динамики.

Точность описания фактических значений с помощью модели отражает ошибка аппроксимации ε_t. Очевидно, нет никакой необходимости требовать сведения этой ошибки к нулю, наоборот, эта ошибка не должна превышать некоторого допустимого значения ε. Причем этим допустимым значением может быть и среднее абсолютное отклонение, и СКО, и границы, определенные с помощью t-статистики Стьюдента и другие критерии, применяемые в зависимости от апостериорно выявленного характера исследуемого процесса. Таким образом, адаптацию эконометрической модели следует производить только в случае, когда текущее значение отклонения расчетных значений от фактических превышает это допустимое значение с целью изменения параметров модели таким образом, чтобы расчетные значения вновь удовлетворительно описывали реальный ряд значений.

Предметом адаптации в этом случае безусловно являются параметры эконометрических моделей, которые в случае их корректировки с помощью метода Роббинса-Монро должны приблизиться к некоторому оптимальному своему значению для новых изменившихся условий функционирования систем. Как определить это оптимальное значение параметров - ведь они зависят и от вида модели, и от конкретных значений как факторов, так и показателя?

Критерий адаптации и сам алгоритм адаптации можно представить следующим образом.

Пусть однофакторная эконометрическая модель имеет вид:

$$\hat{Y}_t = f(X_t;\ a'_i) \quad (7.5.10)$$

где a'_i - параметры модели, $i = 0, 1, 2, \dots, m\text{-}1$;

m - число параметров модели;

X_t - фактор, влияющий на экономический показатель Y_t.

Выразим из (7.5.10) каждый параметр модели a'_i через значения Y_t, X_t и оставшиеся параметры:

$$a'_i = F(\hat{Y}_t;\ X_t;\ a'_0;\ a'_1; \dots a'_{i-1};\ a'_{i+1}; \dots;\ a'_{m-1}).$$

Если теперь в полученное выражение подставить вместо расчетного значения $\hat{Y}_t$ фактическое значение Y_t, то будет получен такой параметр a_i, который в точности описывает фактическое наблюдение Y_t без какой-либо ошибки аппроксимации.

$$a_i = F(Y_t;\ X_t;\ a'_0;\ a'_1; \dots a'_{i-1};\ a'_{i+1}; \dots;\ a'_{m-1}). \quad (7.5.11)$$

В общем случае значения полученных таким образом параметров модели a_i будут отличаться от рассчитанных ранее значений a'_i. Назовем для определенности полученные с помощью (7.5.11) параметры фактическими.

Тогда за критерий адаптации следует признать приближение расчетных значений параметров модели a'_i к фактическим a_i с целью приведения фактического отклонения ε_t в данном наблюдении к его допустимым значениям ε:

$$Q_t = (\varepsilon_t - \varepsilon) \rightarrow min \quad (7.5.12)$$

Модификация формулы Роббинса-Монро (7.5.7) при этом будет иметь вид:

$$a'_i[n] = a'_i[n-1] + \gamma[n]\cdot(a_i[n] - a'_i[n-1]) \quad (7.5.13)$$

Проведенные исследования показали, что наилучшими в данном случае будут являться алгоритмы адаптации с постоянным шагом. При этом параметр демпфирования колебаний должен рассчитываться по формуле:

$$\gamma_i = \frac{|\varepsilon_t - \varepsilon|}{\varepsilon_t} \frac{k_i}{\sum_i k_i}, \qquad (7.5.14)$$

где коэффициент k_i характеризует степень адаптации данного параметра по сравнению с остальными параметрами, причем сумма этих коэффициентов должна быть равна единице. В общем случае нет оснований считать, что адаптация одних параметров должна осуществляться в более значительной степени, чем других, поэтому можно принять указанный коэффициент одинаковым для всех параметров и тогда параметр демпфирования колебаний рассчитывается достаточно просто:

$$\gamma_i = \gamma = \frac{1}{m} \frac{|\varepsilon_t - \varepsilon|}{\varepsilon_t}. \qquad (7.5.15)$$

Исследования показали, что рассчитываемое с помощью формулы (7.5.14) или (7.5.15) значение параметров демпфирования колебаний действительно является оптимальным, так как адаптация при этом не имеет многоитеративный характер, а осуществляется за один шаг.

Покажем алгоритм адаптации для случая однофакторной линейной модели (все линейные по параметрам модели могут быть легко приведены к этому виду).

Адаптация параметров модели происходит в том случае, когда

$$|\varepsilon_t - \varepsilon| > 0. \qquad (7.5.16)$$

Выразим, в соответствии с вышеизложенным, каждый параметр линейной однофакторной модели через Y_t, X_t и другой параметр. Для параметра a_0 линейной однофакторной модели имеем:

$$a_0 = Y_t - a'_1 \cdot X_t.$$

Для параметра a_1

$$a_1 = (Y_t - a'_0) / X_t.$$

Подставим в (7.5.13) полученные таким образом значения параметров:

$$a''_0 = a'_0 + \gamma(Y_t - a'_1 \cdot X_t - a'_0)$$
$$a''_1 = a'_1 + \gamma(Y_t - a'_1 \cdot X_t - a'_0)/X_t, \qquad (7.5.17)$$

с учетом того, что выражения в скобках есть не что иное, как текущая ошибка аппроксимации из равенства (7.5.9), получим очень простую запись:

$$a''_0 = a_0' + \gamma \varepsilon_t$$
$$a''_1 = a'_1 + \gamma \cdot \varepsilon_t / X_t \,, \qquad (7.5.18)$$

где a''_0 *и* a''_1 - адаптированные значения параметров модели.

Параметр демпфирования колебаний равен в соответствии с формулой (7.5.15):

$$\gamma = \frac{1}{2}\frac{|\varepsilon_t - \varepsilon|}{\varepsilon_t}. \quad (7.5.19)$$

Таким образом, алгоритм адаптации очень прост в применении и нагляден - с его помощью модель как бы "подтягивается" к фактическим значениям на расстояние, равное ε.

Сам алгоритм адаптации модели следует осуществить таким образом. Вначале тем или иным способом (например, с помощью МНК) оцениваются параметры модели. Затем на первом наблюдении $t=1$ проверяется выполнение условия (7.5.16). Если оно не выполняется, осуществляется переход к следующему наблюдению $t=2$. Если же условие (7.5.16) выполняется, параметры модели адаптируются в соответствии с (7.5.18). Затем новые адаптированные параметры подставляются в модель и для следующего наблюдения $t=2$ вновь проверяется выполнение условия (7.5.16). Этот процесс продолжается на всей базе данных до последнего наблюдения $t=T$.

Если используемая эконометрическая модель построена в виде полинома, использовать предложенный алгоритм не составляет труда.

В том случае, когда нелинейная модель представлена в мультипликативной форме, непосредственное использование алгоритма (7.5.13) невозможно, так как параметры демпфирования колебаний (7.5.14) выведены из предположений об аддитивности модели. Однако данная проблема может быть легко разрешена. Стоит лишь с помощью логарифмирования, замены и других элементарных действий преобразовать мультипликативную модель в аддитивную. Тогда алгоритм адаптации может быть успешно использован. Предложенную методику можно перенести и на случай нелинейных по параметрам моделей, таких как логистическая кривая, функция Гомперца, функция Джонсона, функция Торнквиста второго и третьего типа и др. Однако формула для расчета параметров депмфирования колебаний (7.5.14) в данных случаях будет неприемлема. И в каждом отдельном случае необходимо будет искать оптимальные значения параметров демпфирования колебаний для той или иной нелинейной по параметрам модели.

7.6. Неопределённость при прогнозировании маркетинговой информации

В реальных ситуациях маркетингового исследования очень часто встречаются сложные многофакторные зависимости, когда один из факторов определяется воздействием ряда других факторов, например, объём приобретения товара зависит от его цены, дохода потребителя и его социальной установки. Иногда встречаются более сложные ситуации, когда ряд показателей Y_i, определяется множеством факторов X_j, причем число таких факторов j бывает очень велико. Эту взаимосвязь можно обозначить в виде некоторого соответствия, сложной функции:

$$Y_i = F(X_j). \quad (7.6.1)$$

Как бы ни старался исследователь или группа исследователей, но найти вид этой функции не представляется возможным по следующим соображениям, а именно:

- во-первых, факторы X_j могут быть выражены в различных шкалах. А измерения разных шкал нельзя сводить в некоторую обобщающую величину. Но если даже им можно задать единую количественную оценку в некоторой шкале, то статистику достаточного качества для построения функции собрать не удастся, хотя бы потому, что при процессе сбора и переработки информации появляется новая информация, которую необходимо учесть, а сама информация засорена ошибками;
- во-вторых, множество факторов, которые воздействуют на социально-экономическую систему, очень велико, и учесть все действующие факторы невозможно и математически, и гносеологически. Поэтому возникает задача отобора из этого множества некоторой со-

вокупности факторов, которые в наибольшей степени влияют на Y_i,

- в-третьих, влияние каждого отдельного фактора непрерывно меняется во времени, причем это изменение может происходить так быстро, что статистика об этой динамике устаревает и становится непригодной для построения какой-либо модели с помощью методов классической эконометрии,
- в-четвертых, практически все факторы взаимосвязаны друг с другом и эта взаимосвязь имеет сложный многофакторный нелинейный характер с распределенными лагами,
- в-пятых, и эти взаимосвязи меняются во времени, и проследить за этими изменениями не представляется возможным.

Указанные обстоятельства приводят к тому, что в практике прогнозирования возникает ряд достаточно сложных проблем.

Первая проблема - это проблема адекватности модели экономической действительности. Как было уже сказано выше, из всего многообразия действующих факторов j исследователь может отобрать, проанализировать и построить зависимости лишь для ничтожно малой части факторов $q<<j$. Если теперь исследователь будет утверждать, что с помощью построенной модели:

$$Y_i = F(X_q) \quad (7.6.2)$$

можно исследовать и прогнозировать объект маркетинговых исследований, то он будет очевидно очень сильно заблуждаться, так как неучет действия оставшихся $(j - q)$ факторов обязательно приведет к неточности и в прогнозировании, и в анализе ситуации, а следовательно, и к появлению неопределённости.

Продемонстрируем это утверждение на очень простом условном примере. Пусть на показатель Y_t воздействуют три фактора X_{1t}, X_{2t} и X_{3t} следующим однозначно функциональным образом:

$$Y_t = 5X_{1t} + 2X_{2t} - 0.05X_{3t}. \quad (7.6.3)$$

Значения факторов, изменяющихся во времени и показателя Y_t соответствующего приведенному равенству (7.6.3) даны ниже в таблице 7.1.

Таблица 7.1. Условный пример

X_{1t}	X_{2t}	X_{3t}	Y_t

1.0	2.0	3.0	8.85
1.5	2.3	4.0	11.90
2.1	2.2	5.0	14.65
3.0	2.1	5.5	18.93
5.0	1.5	7.0	27.65

Пусть ситуация такова, что исследователю неизвестна взаимосвязь (7.6.3), а из множества факторов ему известен только фактор X_{3t}. Для анализа и моделирования взаимосвязи он может воспользоваться методами классической эконометрии.Что он будет делать в первую очередь?

Во-первых, он попытается рассчитать коэффициент парной корреляции между известными ему факторами X_{3t} и Y_t. При этом он убедится в том, что коэффициент парной корреляции будет равен

$$r = +\ 0.979,$$

что свидетельствует, по канонам классической эконометрии, о наличии очень тесной линейной зависимости, причем знак «плюс» коэффициента парной корреляции говорит о том, что эта зависимость прямо пропорциональна. Как видно, этот результат совершенно противоположен тому, что имеется фактически в соответствии с (7.6.3).

Во-вторых, исследователь попытается найти параметры «выявленной» взаимосвязи между X_{3t} и Y_t. Результаты корреляционного анализа позволяют предполагать наличие линейной зависимости. Тогда с помощью МНК он получит:

$$\hat{Y}_t = 4.715\ X3t - 6.704$$

Очевидно, что построенная модель и результаты, которые можно получить с ее помощью, никоим образом не согласуются с фактическим состоянием моделируемого процесса и полученная модель совершенно не способна помочь как при анализе, так и при прогнозировании развития показателя Y_t. Более того, ее использование приведет к грубейшим нарушениям и ошибкам. При прогнозировании процесса с помощью этой модели ошибка аппроксимации ε_t будет резко возрастать.

Таким образом, объективно существующее незнание всей совокупности факторов, влияющей на социально-экономическую систему, являющуюся предметом маркетинговых исследований, делает выводы самого сложного эконометрического анализа и прогноза лишь ориентиром возможной динамики, но не отражением этой будущей динамики.

Любая прогнозная модель, являющаяся упрощением действительности, при ее практическом использовании может привести к значительным ошибкам, поэтому к результатам прогноза следует относиться очень осторожно, понимая всю условность полученных результатов.

В лучшем случае исследователь может добиться учета основных на данный момент факторов, определяющих тенденцию развития экономической конъюнктуры на ближайшую перспективу. Это может быть достигнуто только в том случае, когда исследователю удастся выделить очень устойчивые, инерционные процессы и взаимосвязи. Но даже и в этом случае он должен быть очень осторожен в конкретных выводах и предложениях, так как вместо модели (7.6.1) он использует очень несовершенный ее аналог. Однако подавляющее большинство экономистов, представляющих задачу в виде (7.6.2), твердо уверено в том, что эта модель истинна или, по крайней мере, близка к ней и на основе полученных результатов делают очень категоричные выводы и предложения.

Итак, следует однозначно заметить, что любая даже самая сложная эконометрическая модель есть лишь грубое приближение к действительности и ее использование в прогнозировании весьма условно. Из этого следует основной вывод данного параграфа - прогнозирование является способом устранения неопределенности информации о будущем, но полностью устранить эту неопределенность не удается даже с использованием самых сверхсложных моделей.

Поэтому роль опыта, квалификации и интуиции специалиста-маркетолога является определяющей, так как именно он может осуществить окончательную верификацию полученных с помощью формализованных методов и подходов прогнозных значений.

Глоссарий к седьмой главе (прогнозирование)

Адаптация – процесс приспособления системы к изменившимся условиям функционирования системы. Является проявлением одного из важнейших системных свойств, выделяемых теорией систем - адаптивности. Адаптация происходит путём изменения количественных показателей системы, её структуры или управленческих воздействий на систему. С учётом того, что экономические системы претерпевают непрерывное воздействие на них со стороны множества факторов различной природы, процесс адаптации в них происходит постоянно.

Адаптивность – системное свойство, которое заключается в способности системы приспосабливаться к изменившимся условиям. Адаптивность проявляется во взаимодействии с другими системными свойствами, важнейшим из которых является свойство инерционности. В результате присущей системе инерционности её адаптация к изменившимся условиям существования носит эволюционный характер. Отсутствие свойства инерционности у системы приводит при воздействии на них внешних факторов к хаотическому изменению количественных и качественных показателей системы. В этом случае системы оказываются неадаптивными.

Алгоритм – точное предписание относительно последовательности действий, преобразующих исходные данные и условия в требуемый результат. Термин происходит от имени хорезмского математика IX столетия Аль-Хорезми. Любой алгоритм предусматривает наличие условных переходов, который заключаются в требовании изменения последовательности действий, если значение некоторого показателя оказывается равным или неравным некоторому проверочному значению. Для алгоритмов характерно наличие замкнутых контуров. В этом их принципиальное отличие, например, от методов, механизмов и процедур.

Аппроксимация – процесс замены одних математических объектов другими, в том или ном смысле близкими к исходным объектам. Например, широко применяется аппроксимация сложной кривой линии совокупностью прямых линий (кусочно-линейная аппроксимация). Как правило аппроксимация носит многоитеративный характер, описываемый с помощью соответствующих алгоритмов. В технической кибернетике широкое распространение получил раздел под названием «теория стохастической аппроксимации». Стохастическая аппроксимация является формальной алгоритмической основой для адаптации прогнозных моделей, используемых в практике прогнозирования эволюционных радов экономической динамики.

Долгосрочный прогноз – прогноз на перспективу, срок которого существенно превышает период инерционности прогнозируемого объекта, поэтому прогнозируются результаты действия не только детерминированных и стохастических факторов, но и неопределённых факторов. В этом случае применяется совокупность эконометрических методов и методов экспертных оценок (комбинированные методы). Один и тот же срок прогнозирования, например 5 лет, может быть для экономики США быть среднесрочным, а для рынка пива Санкт-Петербурга – долгосрочным, поскольку инерционность этих объектов прогнозирования различна.

Когнитивная структуризация – одно из направлений системного анализа. Суть её заключается в схематическом отображении структуры взаимосвязей, причем элементы на когнитивных картах изображаются какой-либо геометрической фигурой, например овалом, а взаимосвязи между ними – направленными стрелками. Когнитивная структуризация широко используется при построении имитационных динамических моделей, описывающих динамику рынков, поскольку позволяет описать взаимодействие всех элементов системы, направление причинно-следственных связей, последовательное математическое описание которых и представляет собой процесс математического моделирования сложных систем.

Неопределённость – объективное состояние экономической информации, заключающееся в неизвестности количественного и качественного состояния экономического объекта. Неопределённость информации может быть вызвана двумя причинами: 1) ситуация, когда полностью или частично отсутствует информация о состояниях системы и внешней среды, 2) ситуация, когда исследователь не может полностью расшифровать имеющуюся информацию. Неопределённость является первым этапом информации об объекте в процессе его познания. Обычно этот процесс предусматривает последовательную смену трёх типов информации: неопределённая, вероятностная, определённая.

Период инерционности экономического объекта – тот период времени, за который экономический объект, под воздействием внешних сил, постепенно меняет свою структуру, адаптируясь к этим внешним воздействиям. В период инерционности объект сохраняет свою структуру, направление и степень взаимосвязи между элементами системы. Выявление этого периода с помощью формальных методов и процедур до сих пор не удаётся. Поэтому для этой цели на практике используются экспертные оценки.

Прогноз – научно обоснованное суждение о возможных состояниях объекта в будущем или об альтернативных путях и сроках достижения этих состояний.

Среднесрочный прогноз – прогноз, нацеленный на научное предвидение на срок, сравнимый со сроком инерционности прогнозируемого объекта, при котором осуществляется изучение, анализ и прогнозирование как случайных факторов, так и тенденций развития основных, определяющих факторов. В экономике при прогнозировании количественных показателей для этих целей используется в качестве основы эконометрия.

РАЗВИТИЕ ТЕМЫ: ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БРАУНА

В параграфе 7.3 был описан метод краткосрочного прогнозирования Брауна и соответствующая модель (7.3.3). При его практическом применении возникает целый ряд проблем. Рассмотрим основные из их на условном примере. Пусть имеется следующий ряд данных:

t	Y_t
1	20
2	25
3	24
4	27
5	31
6	26
7	24
8	28
9	27
10	29

По ним необходимо сделать прогноз показателя Y_t на следующий шаг наблюдений $t = 11$. Воспользуемся для этого методом Брауна. Сама модель Брауна (7.3.3) имеет вид:

$$\overline{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\overline{Y}_t .$$

Для её применения необходимо определить наилучшую величину постоянной сглаживания α. Для поиска оптимального значения α на имеющемся множестве статистических данных последовательно меняются значения постоянной сглаживания в пределах $0< \alpha < 2$. Для каждого из i значений постоянной сглаживания определяется ошибка ретропрогноза: $\varepsilon_{ti} = Y_t - \overline{Y}_{ti}$ и на её основе вычисляют дисперсию. То значение α_i, для которого дисперсия является минимальной, и является наилучшим для данного ряда значений.

Начнём с первого значения $\alpha_1 = 0{,}1$. Процесс вычислений лучше всего продемонстрировать с помощью таблицы:

t	Y_t	$\alpha_1 Y_t$	$(1-\alpha_1)\overline{Y}_t$	$\overline{Y}_{t+1}$	$\varepsilon_{t1} = Y_t - \overline{Y}_{t1}$
1	20	0,1*20	(1-0,1)* ?		
2	25				

3	*24*				
4	*27*				
5	*31*				
6	*26*				
7	*24*				
8	*28*				
9	*27*				
10	*29*				

Как видно, уже при вычислении первой же строки таблицы возникла проблема: на какую величину необходимо умножить (1-0,1)? Этой величиной должна быть расчётная (сглаженная) величина показателя Y, полученная на предыдущем шаге вычислений. Но ведь до $t = 1$ никаких наблюдений не было, значит и расчётного значения $\overline{Y}_1$ не существует! Однако, без этого значения сам процесс расчёта невозможен. Следовательно, необходимо задать первое расчётное значение. Ошибка в определении этого значения не существенно влияет на результат, так как с увеличением числа наблюдений вес первых наблюдений становится крайне мал. Поэтому рекомендуется для определения $\overline{Y}_1$ усреднять несколько первых наблюдений. Так и сделаем в рассматриваемом случае:

$$\overline{Y}_1 = (20+25+23)/3 = 23$$

Теперь можно осуществить необходимые расчёты. Они сведены в таблицу:

t	Y_t	$\alpha_1 Y_t$	$(1-\alpha_1)\overline{Y}_t$	$\overline{Y}_{t+1}$	$\varepsilon_{t1} = Y_t - \overline{Y}_{t1}$
1	*20*	*0,1*20=2,0*	*(1-0,1)* 23=20,7*	*22,7*	*20-23=-3*
2	*25*	*0,1*25=2,5*	*(1-0,1)*22,7=20,4*	*22,9*	*25-22,7=2,3*
3	*24*	*0,1*24=2,4*	*(1-0,1)*22,9= 20,6*	*23,0*	*24-22,9=1,1*
4	*27*	*0,1*27=2,7*	*(1-0,1)*23,0= 20,7*	*23,4*	*27-23=4,0*

5	31	0,1*31=3,1	(1-0,1)*23,4=21,1	24,2	31-23,4=7,6
6	26	0,1*26=2,6	(1-0,1)*24,2=21,8	24,4	26-24,2=1,6
7	24	0,1*24=2,4	(1-0,1)*24,4=21,9	24,3	24-24,4=-0,4
8	28	0,1*28=2,8	(1-0,1)*24,3=21,9	24,7	28-24,3=3,7
9	27	0,1*27=2,7	(1-0,1)*24,7=22,2	24,9	27-24,7=2,3
10	29	0,1*29=2,9	(1-0,1)*24,9=22,4	25,3	29-24,9=4,1

Значение расчётного показателя в нижней клетке и есть прогноз показателя Y на следующий шаг наблюдения. Но этот прогноз выполнен для постоянной сглаживания, равной 0,1. Нет никакой гарантии, что это – наилучшее значение постоянной сглаживания. Тем более, что вычисленная на основе ошибки ε_{t1} дисперсия оказалось высокой и равна 12,8. Поэтому принимаем $\alpha_2 = 0{,}2$ и вновь выполним расчёты:

t	Y_t	$\alpha_2 Y_t$	$(1-\alpha_2)\bar{Y}_t$	$\bar{Y}_{t+1}$	$\varepsilon_{t2} = Y_t - \bar{Y}_{t2}$
1	20	0,2*20=4,0	(1-0,2)* 23=18,4	22,4	20 – 23= -3
2	25	0,2*25=5,0	(1-0,2)* 22,4=17,9	22,9	25-22,4=2,6
3	24	0,2*24=4,8	(1-0,2)*22,9=18,3	23,1	24-22,9=1,1
4	27	0,2*27=5,4	(1-0,2)*23,1=18,5	23,9	27-23,1=3,9
5	31	0,2*31=6,2	(1-0,2)*23,9=19,1	25,3	31-23,9=7,1
6	26	0,2*26=5,2	(1-0,2)*25,3=20,3	25,5	26-25,3=0,7
7	24	0,2*24=4,8	(1-0,2)*25,5=20,4	25,2	24-25,5=-1,5

8	28	0,2*28=5,6	(1-0,2)*25,2=20,1	25,7	28-25,2=2,8
9	27	0,2*27=5,4	(1-0,2)*25,7=20,6	26,0	27-25,7=1,3
10	29	0,2*29=5,8	(1-0,2)*26,0=20,8	26,6	29-26,0=3,0

Вычисленная на основе ошибки ε_{t2} дисперсия оказалось уже ниже и равна 10,4. Принимаем $\alpha_3 = 0,3$ и вновь выполним расчёты до тех пор, пока постоянная сглаживания не дойдёт до своего верхнего предела, равного 1,9:

t	Y_t	$\alpha_{19} Y_t$	$(1-\alpha_{19})\bar{Y}_t$	$\bar{Y}_{t+1}$	$\varepsilon_{t19} = Y_t - \bar{Y}_{t19}$
1	20	1,9*20=38	(1-1,9)* 23=-20,7	17,3	20-23=-3
2	25	1,9*25=47,5	(1-1,9)* 17,3=-15,6	31,2	25-17,3=7,7
3	24	1,9*24=45,6	(1-1,9)* 31,2=-28,7	16,9	24-31,2=-7,2
4	27	1,9*27=51,3	(1-1,9)* 16,9=-15,2	36,1	27-16,9=10,1
5	31	1,9*31=58,9	(1-1,9)*36,1=-32,5	26,4	31-36,1=-5,1
6	26	1,9*26=49,4	(1-1,9)*26,4=-23,8	25,6	26-26,4=-0,4
7	24	1,9*24=45,6	(1-1,9)*25,6=-23,1	22,5	24-25,6=-1,6
8	28	1,9*28=53,2	(1-1,9)*22,5=-20,3	32,9	28-22,5=5,5
9	27	1,9*27=51,3	(1-1,9)*32,9=-29,6	21,7	27-32,9=-5,9
10	29	1,9*29=55,1	(1-1,9)*21,7=-19,5	35,6	29-21,7=7,3

Вычисленная на основе ошибки ε_{t19} дисперсия для данного значения α оказалось самой высокой и равна 36,9.

Нет необходимости демонстрировать процесс расчёта модели Брауна при других значениях постоянной сглаживания. Для данного ряда значений переменной оптимальное значение α для оказалось равным 0,48. При этом дисперсия ретропрогноза является наименьшей и равна 8,49.

Указанная процедура поиска оптимальной величины постоянной сглаживания имеется практически в каждом пакете прикладных программ и поэтому она осуществляется практически мгновенно. Следует ещё раз обратить внимание на то обстоятельство, что искомая оптимальная величина постоянной сглаживания лежит в пределах $0< \alpha < 2$.

РАЗВИТИЕ ТЕМЫ: МЕТОД Z-МНОЖИТЕЛЕЙ

Метод Z–множителей является универсальным методом оценивания параметров прогнозных моделей. Если есть основания считать, что маркетолог исследует случайный процесс с нормальным распределением вероятностей, то из всей совокупности множителей необходимо выбрать такие, чтобы получились оценки МНК. В подавляющем большинстве практических случаев именно МНК и используется, хотя случайные процессы с нормальным распределением вероятностей в маркетинговой практике встречаются очень не часто.

Рассмотрим, как на практике воспользоваться всем многообразием оценок, которые получаются с помощью метода Z–множителей(7.4.4) - (7.4.10). Для этого будем использовать реальные статистические данные о динамике двух показателей – численности занятых в промышленности и электропотреблении промышленностью региона[1]. Задача прогнозирования потребности в электроэнергии, например, всегда возникает перед маркетинговыми службами электроэнергетических систем.

Таблица П7.1

Электропотребление и численность занятых в промышленности

Год наблюдения, t	Электропотребление промышленностью, Y_t (млрд. кВт.ч)	Численность занятых в промышленности, X_t (млн. чел.)
1	5,57	1,953
2	6,36	2,055
3	7,50	2,291
4	8,28	2,350
5	9,06	2,443
6	9,74	2,535
7	10,36	2,634
8	11,60	2,773
9	12,79	2,878
10	13,92	2,965
11	14,95	3,056

[1] Светуньков С.Г. Эконометрические методы прогнозирования спроса. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – С.88.

12	16,12	3,153
13	17,10	3,252
14	17,49	3,334
15	17,90	3,415
16	18,48	3,469
17	19,22	3,551
18	19,91	3,644
19	21,1	3,721
20	22,10	3,819
21	23,40	3,950
22	24,30	4,090
23	25,05	4,170

Исследования приведённой зависимости показывают, что для целей прогнозирования в данном случае вполне уместной будет линейная модель:

$$\hat{Y}_t = a_0 + a_1 X_t$$

Метод Z–множителей заключается в задании изменяющихся во времени множителей Z_{0t} и Z_{1t}, которые не являются линейными преобразованиями друг друга и подстановки их в систему уравнений (7.4.10):

$$\begin{cases} \sum_t Y_t Z_{ot} = \sum_t a_0 Z_{ot} + \sum_t a_1 X_t Z_{ot} \\ \sum_t Y_t Z_{1t} = \sum_t a_0 Z_{1t} + \sum_t a_1 X_t Z_{1t} \end{cases} . \quad (П7.1)$$

Для выбора оптимальной пары множителей будем использовать процедуру проверки приемлемости моделей на имеющихся данных. При этом исходный ряд значений П7.1 разобьём на две части:

- данные с 1 по 18 год наблюдения будут выступать в качестве базы прогноза;
- данные с 19 по 23 год наблюдения будут использованы для проверки прогнозной точности моделей, построенных на базе прогноза.

Используем три способа задания Z–множителей:

1) $Z_{0t} = Z_0 = const$, $Z_{1t} = X_t$;
2) $Z_{0t} = Z_0 = const$, $Z_{1t} = (-1)^t$;
3) $Z_{0t} = X_t$, $Z_{1t} = \dfrac{(-1)^t}{X_t}$;

Для того, чтобы наглядно представить себе процессы, происходящие при этих способах задания множителей, подставим их в исходную систему двух уравнений. В первом случае получим систему оценок МНК:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t = a_0 T + a_1 \sum_t X_t \\ \sum_t Y_t X_t = a_0 \sum_t X_t + a_1 \sum_t X_t^2 \end{cases}. \qquad (П7.2)$$

Во втором случае получим следующую систему:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t = a_0 T + a_1 \sum_t X_t \\ \sum_t Y_t (-1)^t = a_0 \sum_t (-1)^t + a_1 \sum_t X_t (-1)^t \end{cases}. \qquad (П7.3)$$

В случае третьего способа задания множителей система уравнений будет иметь такой вид:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t X_t = a_0 \sum_t X_t + a_1 \sum_t X_t^2 \\ \sum_t \frac{Y_t (-1)^t}{X_t} = a_0 \sum_t \frac{(-1)^t}{X_t} + a_1 \sum_t (-1)^t \end{cases}. \qquad (П7.4)$$

Легко убедиться в том, что второй (П7.3) и третий (П7.4) способы оценивания параметров линейной прогнозной модели предусматривают возможность достаточно простых вычислений.

Действительно, в системе (П7.3) в случае чётного числа наблюдений первое слагаемое второго уравнения будет равно нулю:

$$a_0 \sum_t (-1)^t = - a_0 + a_0 - a_0 + a_0 - \ldots - a_0 + a_0 = 0$$

Поэтому система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t = a_0 T + a_1 \sum_t X_t \\ \sum_t Y_t (-1)^t = a_1 \sum_t X_t (-1)^t \end{cases}. \qquad (П7.5)$$

В случае, когда маркетологу необходимо оценить параметры модели в полевых условиях с помощью калькулятора, эта система оказывается весьма удобной, так как из второго уравнения сразу находится параметр a_1, а затем, подставляя полученное значение в первое уравнение, легко найти a_0.

Аналогично и система уравнений (П7.4) существенно упрощается, поскольку второе слагаемое второго уравнения при чётном числе наблюдений также превращается в нуль:

$$a_1 \sum_t (-1)^t = - a_1 + a_1 - a_1 + a_1 - \ldots - a_1 + a_1 = 0.$$

С учётом этого система уравнений (П7.4) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum_t Y_t X_t = a_0 \sum_t X_t + a_1 \sum_t X_t^2 \\ \sum_t \frac{Y_t(-1)^t}{X_t} = a_0 \sum_t \frac{(-1)^t}{X_t} \end{cases} . \quad (П7.6)$$

Подставим в (П7.2), (П7.5) и (П7.6) исходные данные из таблицы П7.1 с первого по восемнадцатый год наблюдения. Решая каждую из систем, получим три прогнозные модели, а именно:

1) $\hat{Y}_t = 8{,}9649 X_t - 12{,}64$;

2) $\hat{Y}_t = 9{,}3043 X_t - 13{,}60$;

3) $\hat{Y}_t = 9{,}2565 X_t - 13{,}50$

Первая модель, а именно – модель, построенная с помощью МНК,- аппроксимирует исходные данные с минимальной дисперсией, но это, отнюдь, не является гарантией того, что она окажется лучшей прогнозной моделью. Это наглядно видно при использовании построенных моделей в процедуре ретропрогноза на данных с 19 по 23 годы наблюдений:

t	Y_t	X_t	Ошибка ретропрогноза		
			$\hat{Y}_t = 8{,}9649 X_t - 12{,}64$	$\hat{Y}_t = 9{,}3043 X_t - 13{,}60$	$\hat{Y}_t = 9{,}2565 X_t - 13{,}50$
19	21,10	3,721	0,38	0,08	0,16
20	22,10	3,819	0,50	0,17	0,25
21	23,40	3,950	0,63	0,25	0,37
22	24,30	4,090	0,27	0,12	0,22
23	25,05	4,170	0,31	-0,15	-0,05
Дисперсия ошибки ретропрогноза			0,19	0,03	0,06

Следовательно, для целей прогнозирования данной совокупности наблюдений наиболее приемлемым будет способ построения модели с помощью Z–множителей, задаваемых так:

$$Z_{0t} = Z_0 = const, \quad Z_{1t} = (-1)^t.$$

Совокупность пар Z–множителей можно существенно расширить за счёт автоматизации процедуры с помощью вычислительной техники.

РАЗВИТИЕ ТЕМЫ: МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ АДАПТАЦИИ ПРОГНОЗНЫХ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим более подробно процесс адаптации линейной прогнозной модели с помощью модификации метода стохастической аппроксимации (§7.5) на конкретном примере таблицы П7.1.

На первых десяти статистических данных с помощью МНК была построена модель:

$$\hat{Y}_t = 8{,}0270 X_t - 10{,}45\,. \qquad (П7.7)$$

Средняя абсолютная ошибка аппроксимации этой модели равна 0,28.

Этих данных достаточно для того, чтобы осуществить адаптацию модели с помощью алгоритма (7.5.18) – (7.5.19). Процесс адаптации данной модели заключается в изменении параметров модели в том случае, когда текущее отклонение модели от фактических данных будет превышать среднее абсолютное отклонение, равное 0.28. Последовательность изменений параметров модели в процессе адаптации сведена в таблицу, приведённую ниже. В том случае, когда ошибка аппроксимации не превышала указанный предел, параметры модели оставались неизменными (второе, шестое, седьмое и восьмое наблюдения).

Год	Текущее отклонение	a_0	a_1
1	0.347	-10.42	8.045
2	0.245	-10.42	8.045
3	- 0.514	-10.81	7.872
4	0.590	-10.65	7.939
5	0.311	-10.63	7.948
6	0.224	-10.63	7.948
7	0.057	-10.63	7.948
8	0.192	-10.63	7.948
9	0.548	-10.49	7.995
10	0.709	-10.27	8.068

В результате последней итерации на десятом наблюдении адаптированная модель стала иметь вид:

$$\hat{Y}_t = 8{,}068 X_t - 10{,}27\,. \qquad (П7.8)$$

Теперь на статистических данных таблицы П7.1 с 11 по 23 наблюдение можно проверить точность модели до адаптации (П7.7) и модели после адаптации (П7.8). Если модель до адаптации прогнозировала развитие со средней абсолютной ошибкой аппроксимации, равной 1,14, то адаптированная модель прогнозирует с ошибкой в 1,4 раза меньшей, а именно – 0,83.

Воспользовавшись теми же статистическими данными, продемонстрируем возможность построения и адаптации нелинейной по параметрам модели - логистической кривой, описывающей тенденции электропотребления промышленностью региона за первые пятнадцать лет.

Для определения оценок параметров логистической кривой на конкретных статистических данных, можно использовать численные методы, с помощью которых получена следующая логистическая модель[1]:

[1] Светуньков С.Г. Эконометрические методы прогнозирования спроса. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – С.116

$$Y_t = \frac{30.587}{1+8.0597\ell^{-0.13378t}}$$

Средняя ошибка аппроксимации исходных данных этой моделью равна 0,27. Адаптация логистической модели с помощью модифицированного метода стохастической аппроксимации, привела ее к виду:

$$Y_t = \frac{30.728}{1+8.0226\ell^{-0.12906t}}$$

Ниже приведены результаты ретропрогноза адаптированной и неадаптированной логистических кривых по статистическим данным с 16 по 23 год наблюдения:

t	Y_t	неадаптированная модель	адаптированная модель
16	18.5	-1.2	-0.6
17	19.2	-1.4	-0.8
18	19.9	-1.6	-1.0
19	21.1	-1.2	-0.7
20	22.1	-1.0	-0.5
21	23.4	-0.4	0.1
22	24.3	-0.2	0.3
23	25.0	-0.1	0.3
Средняя абсолютная ошибка ретропрогноза		0.89	0.54

Средняя ошибка ретропрогноза с помощью неадаптированной модели на проверочном множестве составила 0.89, а с помощью адаптированной модели - 0.54, что вновь демонстрирует эффективность методики адаптации прогнозных моделей.